December 2012 delprøven uden hjælpemidler Peter Harremoës

Opg. 1

$x=2$ sættes ind i ligningen $\frac{x^2}{x+2}=x$ hvilket giver $\frac{2^2}{2+2}=2 \Leftrightarrow \frac{4}{4}=2 \Leftrightarrow 1=2$. Derfor er $x=2$ ikke løsning til ligningen.

Opg. 2

En model for antallet af robotter er $f(x)=1820\cdot 1{,}10^x$ hvor $f(x)$ betegner antallet af robotter x år efter år 2000. I år 2000 var antallet af robotter således 1820 og fremskrivningsfaktoren 1,10 svarer til 10% årlig tilvækst i antallet af robotter.

Opg. 3

Se bilag 1.

Opg. 4

Funktionen f er givet ved

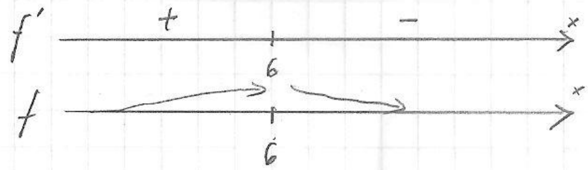
$$f(x)=-x^2+12x+3$$

Så

$$f'(x)=-2x+12.$$

Monotoniforholdene bestemmes ved først at sætte $f'(x)=0$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+12=0 \Leftrightarrow x=6$$



Funktionen f er voksende i $]-\infty;6]$ og f er aftagende i $[6;\infty[$

Opg. 5

Pris som funktion af afsætning er givet ved $p(x)=ax+b$. Det oplyses at $p(1000)=500$ og $p(750)=1000$. Derfor gælder

$$a=\frac{\Delta p}{\Delta x}=\frac{1000-500}{750-1000}=\frac{500}{-250}=-2.$$

Konstanten b bestemmes ved ligningen $-2\cdot 1000+b=500$ så $b=1500$ og $p(x)=1500-2x$.

Ved en afsætning på 500 stk bliver prisen $p(500)=1500-2\cdot 500=5$

Såved en pris på 500 kr. afsættes 500 stk.

Opgave 6

a) Udtrykket reduceres: $\frac{x^4-y^4}{x^2-y^2} \blacktriangleright x^2+y^2$

b) Se bilag 2.

1.1

Opgave 7

a) Et histogram over frekvenser af forskellige beløb kan se nedenfor.

b) Fordelingen har gennemsnit 3273, standardafvigelse 2684 og median 2687.5 .

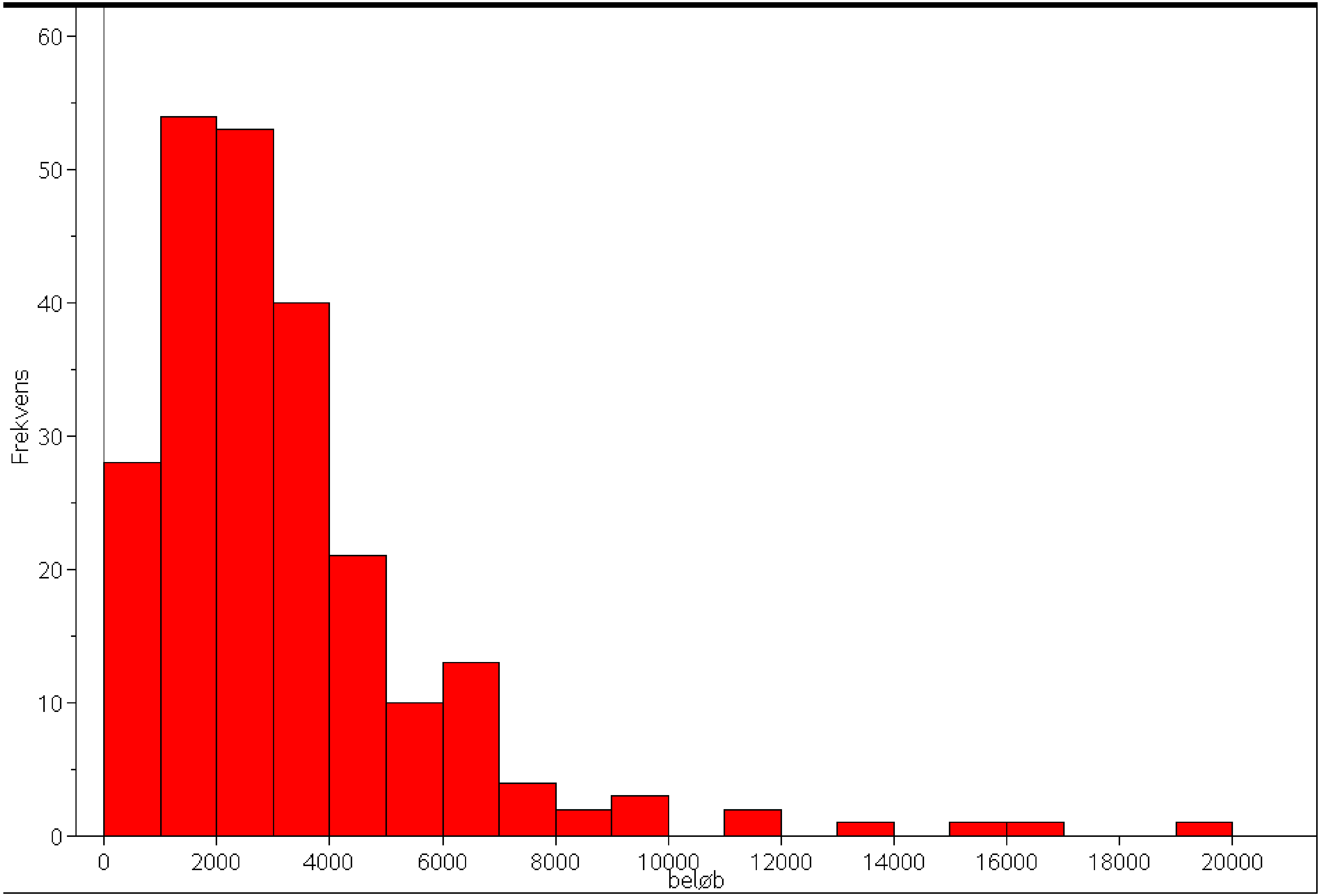
c) Samhørende værdier af alder og beløb er plottet nedenfor og den bedste rette linje er indtegnet ved hjælp af lineær regression. Som det ses passer data dårligt med en ret linje og korrelationskoefficienten er da også kun 0.53 , mens den helst skal være over 0.95 for at man vil sige at data med god tilnærmelse kan siges at kunne beskrives med en lineær model. Den bedste lineære model for data er givet ved

beløb$=93\cdot$**alder** $+60$

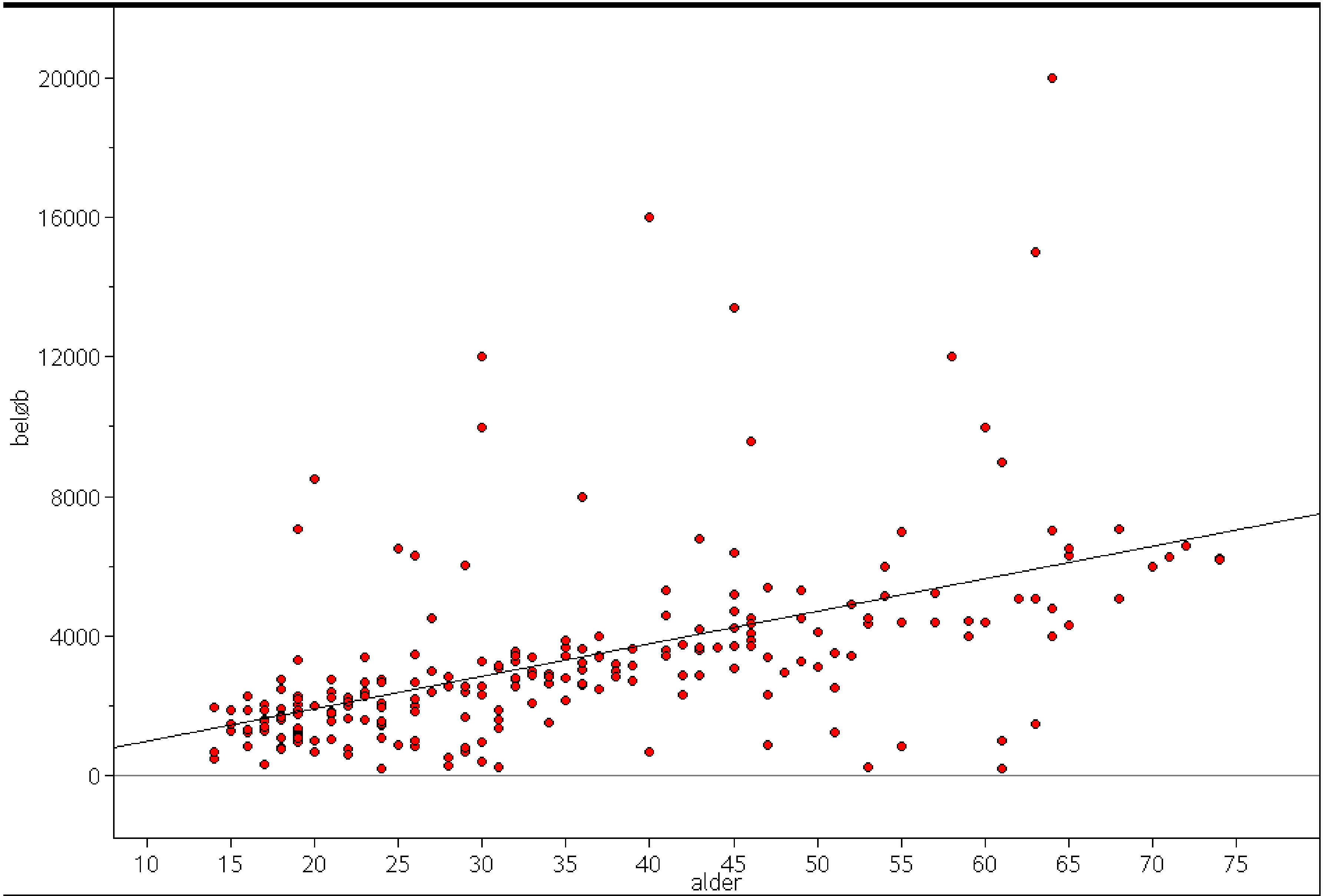
d) De 234 kunder i elektronikkæden bruger i gennemsnit ca. 3300 kroner men der er en betydelig spredning på i størrelsesordenen 2700 omkring gennemsnittet. Omtrent halvdelen bruger under 2700 kroner. Der er en tendens til at ældre kunder køber for større beløb således at beløbet stiger med ca. 90 kroner for hver år ældre kunden er.

	A alder	B beløb	C	D	E	F	G
◆				=OneVar('beløb,1)		=LinRegM	
1	63	5056	Titel	Statistik med én ...	Titel	Lineær r...	
2	45	4713	$\bar{x}$	3273.252137	RegEqn	m*x+b	
3	37	2479	Σx	765941.	m	92.9595...	
4	24	1444	Σx^2	4186174083.	b	60.1898...	
5	16	1889	sx := $s_{n-...}$	2684.445794	r^2	0.28125...	
6	41	3620	σx := $\sigma_{n...}$	2678.703657	r	0.53033...	
7	26	840	n	234.	Resid	{-860.63...	
8	25	875	MinX	199.			
9	28	299	Q_1X	1599.			
10	24	199	MedianX...	2687.5			
11	30	2331	Q_3X	4000.			
12	32	2744	MaxX	19999.			
13	25	6500	SSX := Σ...	1679056068.			
14	65	6299					
15	51	3511					
16	33	3015					
17	51	1244					
18	45	5199					
19	45	6400					
20	61	999					
21	31	255					

2.1


Frekvens
60
50
40
30
20
10
0
0
2000
4000
6000
8000
10000
12000
14000
16000
18000
20000
beløb

2.2


20000
16000
12000
8000
4000
0
beløb
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
alder

2.3

Opgave 8

a) Data fra filen bilforsikring er indlæst i Open Office Calc, hvorefter en pivottabel er anvendt til at finde tallene som angivet i tabellen nedenfor. I datafilen havde den anden kolonne overskriften "Skade anmeldt", hvilket jeg gik ud fra var en fejl og rettede til Skadestatus.

	Ingen skade anmeldt	skade anmeldt	Total
18 til 25	197	83	280
25 til 40	344	48	392
40 til 55	392	60	452
55 og ældre...	240	40	280
Total	1173	231	1404

3.1

b) Vi opstiller følgende hypoteser:

H_0: Sandsynligheden for, at der bliver anmeldt skader på bilen, er uafhængigt af kundens alder.

A: Sandsynligheden for at der bliver anmeldt en skade afhænger af kundens alder.

For at teste hypotesen H_0 laves en 2−vejs χ^2−test.

matrix:= $\begin{bmatrix} 197 & 83 \\ 344 & 48 \\ 392 & 60 \\ 240 & 40 \end{bmatrix}$

$\chi^2$2way **matrix**: **stat.results**

Da p−værdien på $1.04 \cdot 10^{-9}$ er langt under det valgte signifikansniveau på 5 % kan vi forkaste nul−hypotesen H_0, hvilket betyder at skadesandelen afhænger af alderen.

3.2

Opgave 9

a) Afsætningen af en vare forventes at være givet ved

$h(t):=0.033\cdot t^3-2.388\cdot t^2+51.311\cdot t$ ▸ *Udført*

hvor $t\in[0;40]$ angiver antal dage, men vi i opgaven får vi ikke at vide hvilken enhed afsætningen er regnet i, hvilket gør det umuligt at vurdere hvordan resultaterne skal afrundes. Afsætningen på dag 40 bestemmes

$h(40)$ ▸ 343.64

så afsætningen forventes at være

b) Den afledte funktion bestemmes

$\frac{d}{dt}(h(t))$ ▸ $0.099\cdot t^2-4.776\cdot t+51.311$

Herefter sættes den afledte lig nul.

$\text{solve}\left(\frac{d}{dt}(h(t))=0,t\right)$ ▸ $t=16.15001742$ or $t=32.09240682$

Funktionens værdi bestemmes i de stationære punkter og i endepunkterne:

$h(0)$ ▸ 0.

$h(16.15)$ ▸ 344.8338714

$h(32.0924)$ ▸ 277.9772875

$h(40)$ ▸ 343.64

Da det største af tallene er 344.834, er der maksimum efter (lidt over) 16 dage.

4.1

Opgave 10A

a) Middelværdien af antallet af fejl er $0.15 \cdot 20 \blacktriangleright 3$. Middelværdien af antallet af biler uden fejl er derfor $20-3 \blacktriangleright 17$.

b) Sandsynligheden for at højst 5 biler er uden fejl er

$\mathrm{binomCdf}(20,0.85,0,5) \blacktriangleright 0.0000000032$

Sandsynligheden for at højst 5 af bilerne er uden fejl er derfor forsvindende lille.

5.1

Opgave 10B

a) I løbet af de første 4 kvartaler vokser lånet til

$2000000\cdot(1.01)^4 \blacktriangleright 2081208.02$

så lånet efter et år er nået op på 2 081 208.02 kroner.

b) For at udregne ydelsen der skal til for at afdrage hele lånet over 10 år med 4 % årlig rente benyttes formlen

$$y=\frac{a\cdot r}{1-(1+r)^{-n}}=\frac{2081208.02\cdot 0.04}{1-(1.04)^{-10}} \blacktriangleright 256594.1021$$

så den faste årlige ydelse skal være 256 594.10 kroner.

6.1

Opgave 10C

a) Da dækningsbidraget fra produkt A er 30 kr pr stk. og dækningsbidraget fra produkt B er 50 kr. pr. stk. er det samlede dækningsbidrag givet ved

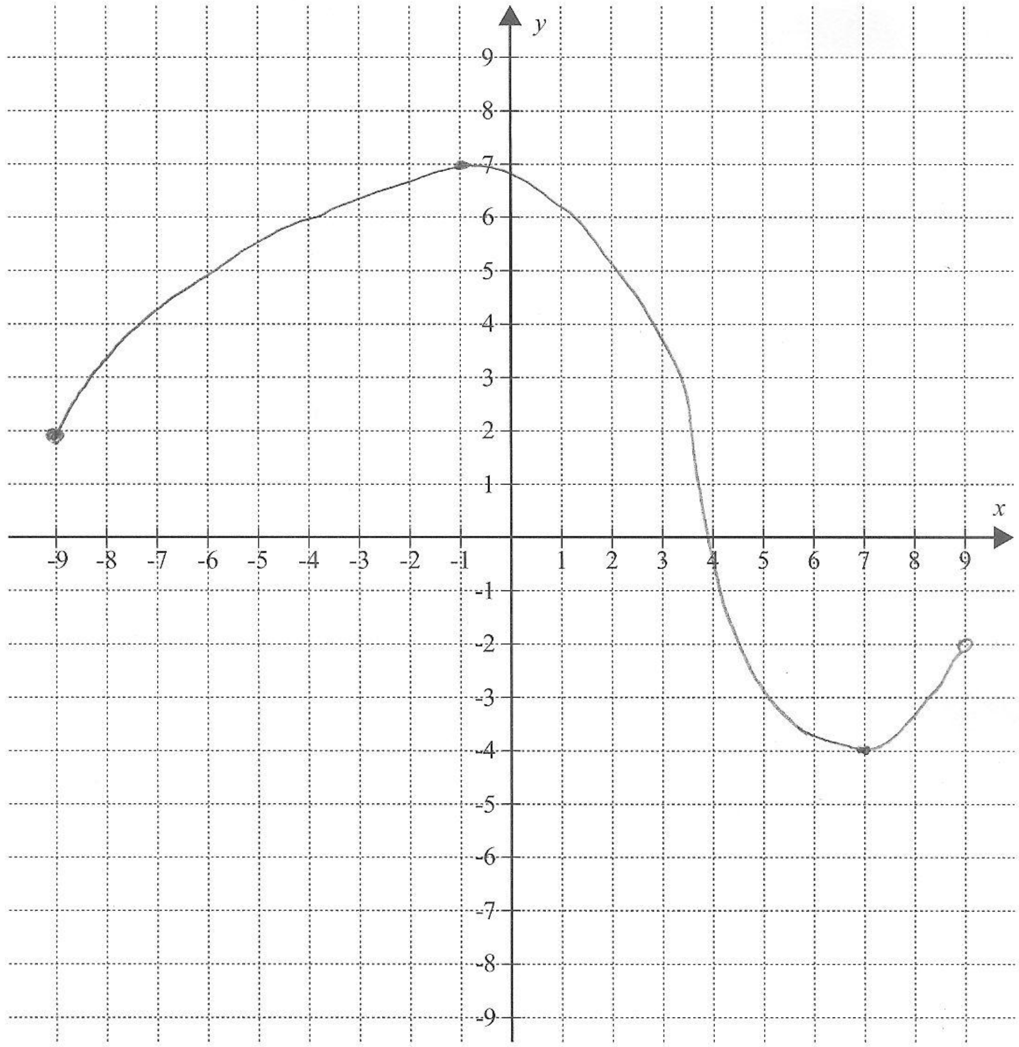
$\mathbf{f}(x,y):=30\cdot x+50\cdot y$ ▸ *Udført*

b) Af figuren fremgår at de to skrå afgrænsninger af polygonområdet skærer hinanden i punktet (500,600). Kriteriefunktionens værdi i dette punkt er $\mathbf{f}(500,600)$ ▸ 45000. Niveaukurven $N(45000)$ er indtegnet på bilag 3. Heraf ses det tydeligt at kriteriefunktionen har sin størsteværdi i dette hjørnepunkt. Det maksimale dækningsbidrag opnås derfor ved at producere 500 stk. af produkt A og 600 stk. af produkt B.

7.1

Bilag 1 til opgave 3.

Skole: Niels Brock	Hold:
Eksamensnr.	Navn: Peter Harrauöes



Bilag 2 til opgave 6.

Skole: Niels Brock	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter Harremoës

$3x^6 = 81x^3$ forskrifterne sættes lig hinanden.

$\frac{x^6}{x^3} = \frac{81}{3}$ Man dividerer med 3 og med x^3 på hver side.

$x^3 = 27$ Hver side reduceres

$x = 3$ X findes ved at tage den 3. rod af 27

$y = 2187$ y bestemmes som $3 \cdot x^6 = 3 \cdot 3^6 = 2187$

Skæringspunktet er $(x, y) = (3, 2187)$

Bilag 3 til opgave 10C.

Skole: Niels Brock	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter Harremoës