December 2012 delprøven uden hjælpemidler Peter Harremoës

Opg. 1

$x=2$ sættes ind i ligningen $\frac{x^2}{x+2}=x$ hvilket giver
$\frac{2^2}{2+2}=2 \Leftrightarrow \frac{4}{4}=2 \Leftrightarrow 1=2$. Derfor er $x=2$ ikke løsning til ligningen.

Opg. 2

En model for antallet af robotter er $f(x)=1820\cdot 1{,}10^x$ hvor $f(x)$ betegner antallet af robotter x år efter år 2000. I år 2000 var antallet af robotter således 1820 og fremskrivningsfaktoren 1,10 svarer til 10% årlig tilvækst i antallet af robotter.

Opg. 3

Se bilag 1.

Opg. 4

Funktionen f er givet ved

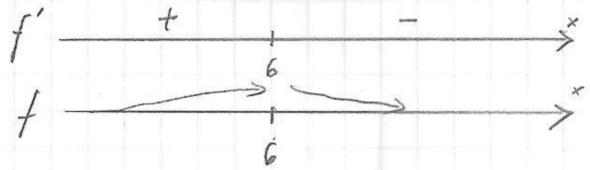
$$f(x)=-x^2+12x+3$$

så

$$f'(x)=-2x+12.$$

Monotoniforholdene bestemmes ved først at sætte $f'(x)=0$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow -2x+12=0 \Leftrightarrow x=6$$



Funktionen f er voksende i $]-\infty;6]$ og f er aftagende i $[6;\infty[$

Opg. 5

Pris som funktion af afsætning er givet ved $p(x)=ax+b$.
Det oplyses at $p(1000)=500$ og $p(750)=1000$. Derfor gælder

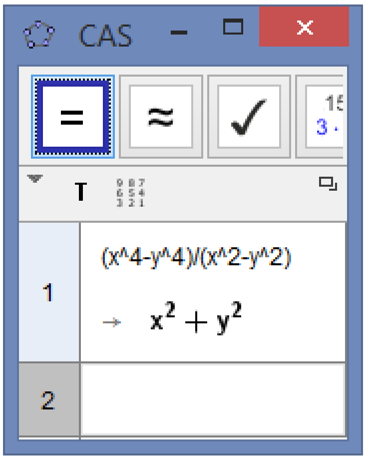
$$a=\frac{\Delta p}{\Delta x}=\frac{1000-500}{750-1000}=\frac{500}{-250}=-2.$$

Konstanten b bestemmes ved ligningen $-2\cdot 1000+b=500$ så $b=1500$ og $p(x)=1500-2x$.
Ved en afsætning på 500 stk. bliver prisen $p(500)=1500-2\cdot 500=5$
Såvel en pris på 500 kr. afsættes 500 stk.

Opgave 6

a)

Udtrykket reduceres ved hjælp af GeoGebra CAS:



så

$$\frac{x^4 - y^4}{x^2 - y^2} = x^2 + y^2 \,.$$

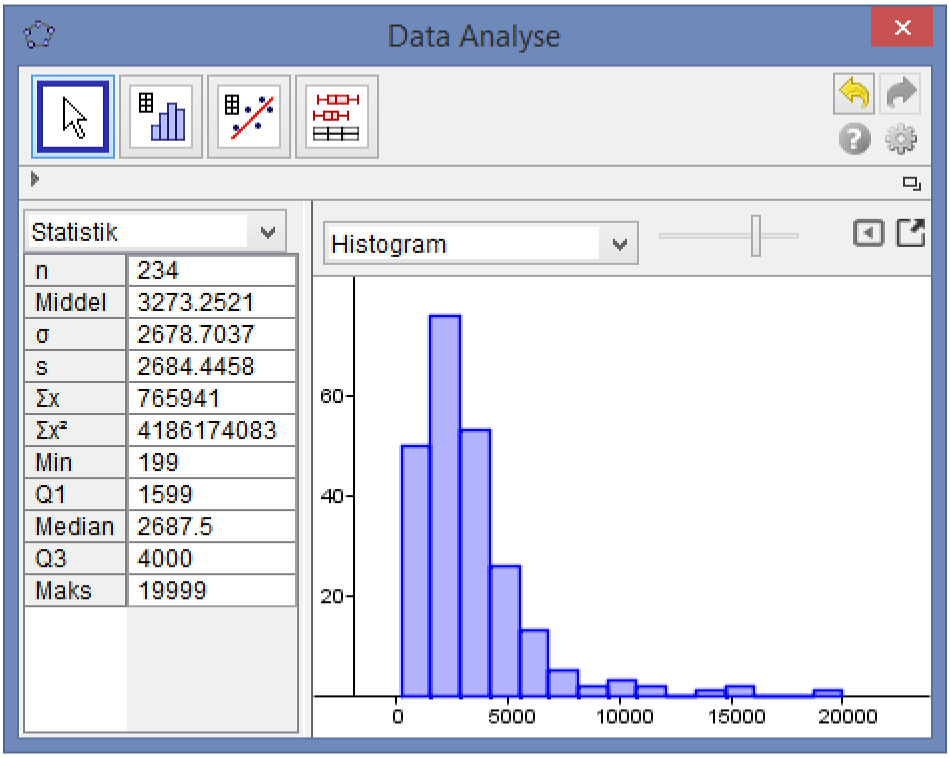
b)

Se Bilag 2!

Opgave 7

a)

På figuren nedenfor ses et søjlediagram over hyppigheden af forskellige beløb, som kunderne har købt for.



b)

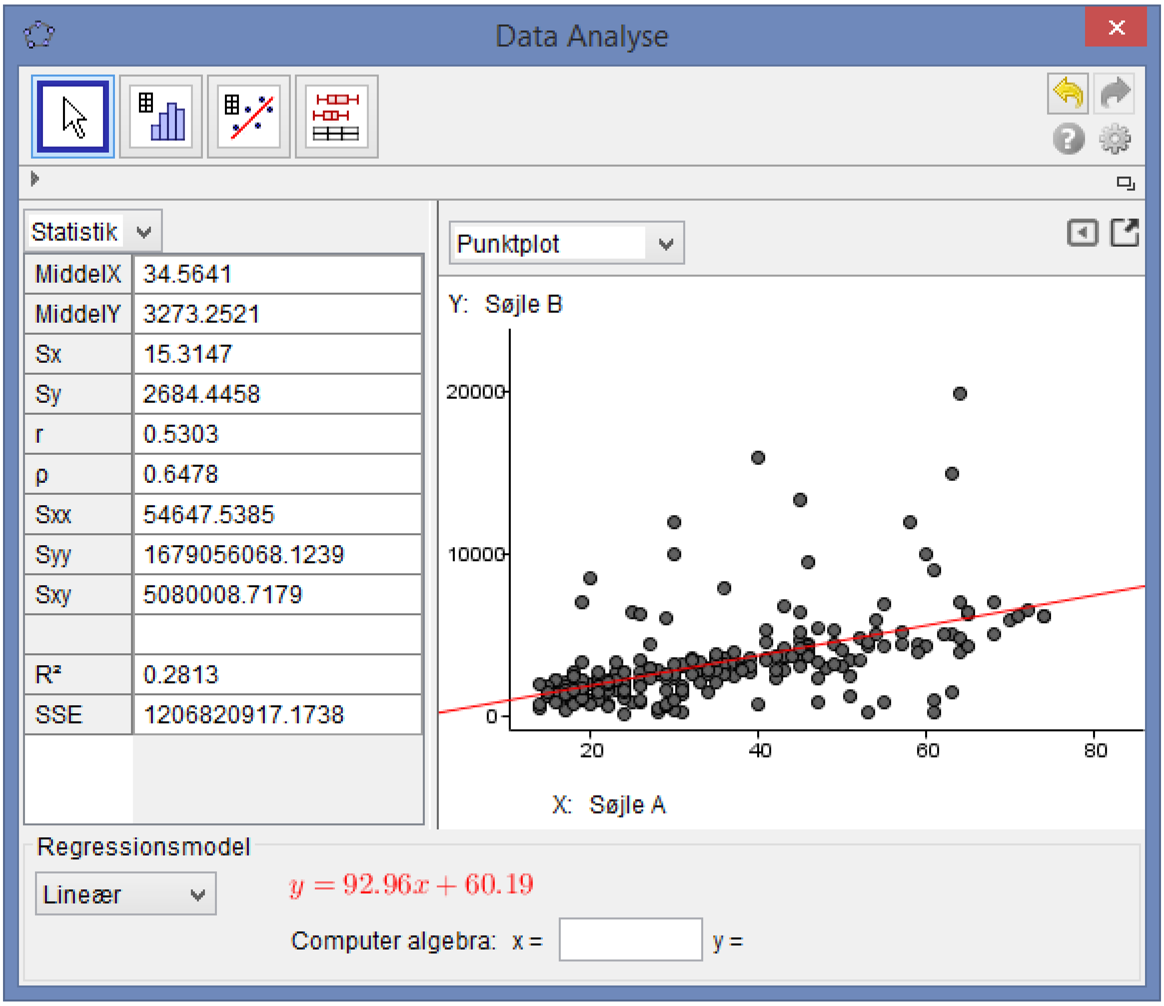
Gennemsnittet er 3273 kroner.

Standardafvigelsen er ca. 2680 kroner.

Medianen er ca. 2690 kroner.

c)

Sammenhængen mellem alder og beløb fremgår af nedenstående xy-plot, hvor x angiverkøberens alder og y angiverdet beløb kunden har købt for.



Den lineære model som bedst beskriver data er givet ved ligningen $y = 92.96x + 60.19$ .Modellen er dog ganske upræcis, hvilket både fremgår af xy-plottet og af at determinationskoefficienten kun er 0.53 .

d)

De 234 kunder i elektronikkæden bruger i gennemsnit ca. 3300 kroner, men der er en betydelig spredning på i størrelsesordenen 2700 kroner omkring gennemsnittet. Omtrent halvdelen bruger under 2700 kroner. Der er en tendens til at ældre kunder køber for større beløb, således at beløbet stiger med ca. 90 kroner for hvert år ældre kunden er.

Opgave 8

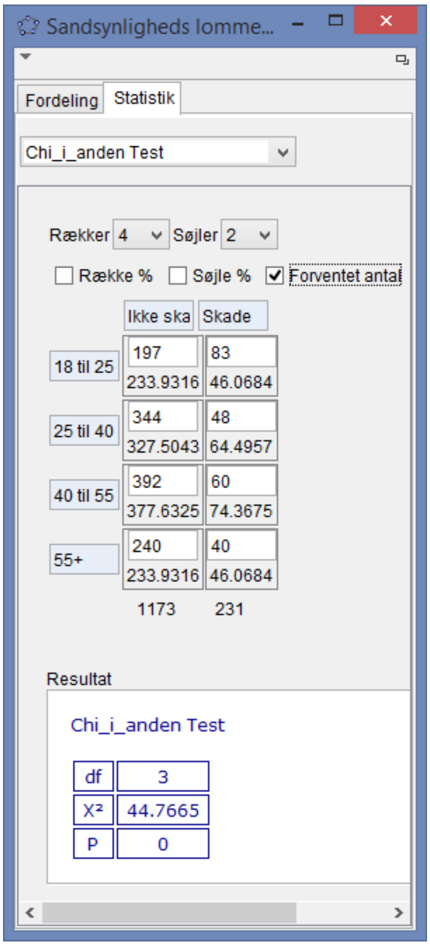
a)

Data er indlæst i Open Office Calc og optalt ved hjælp af Datapilot (pivottabel):

Aldersgruppe	Ingen skade anmeldt	Skade anmeldt	Total
18 til 25	197	83	280
25 til 40	344	48	392
40 til 55	392	60	452
55 og ældre	240	40	280
Total	**1173**	**231**	**1404**

b)

Vi vil nu undersøge følgende hypoteser:
H_0 : Antal skadeanmeldelser er uafhængig af alder.
A : Antal skadeanmeldelser afhænger af alder.
De forventede antal under antagelse af H_0 fregår af nedenstående tabel.



c)

Da p-værdien er omtrent nul og dermed langt under signifikansniveauet på 5 % vil vi afvise nulhypotensen H_0. Vi konkluderer derfor at der er en sammenhæng mellem alder og antal skadeanmeldelser.

Opgave 9

a)

Idet afsætningen til tid $t \in [0; 40]$ antages at kunne beskrives ved forskriften $h(t) = 0.033t^3 - 2.388t^2 + 51.31t$, kan afsætningen på dag 40 beregnes som

$$h(40) = 0.033 \cdot 40^3 - 2.388 \cdot 40^2 + 51.31 \cdot 40 = 343.64$$

så afsætningen forventes at være ca. 344 stk.

b)

Den afledte funktion er

$$h'(t) = 0.099t^2 - 4.776t + 51.31\,.$$

Herefter søger vi stationære punkter ved at løse ligningen

$$\begin{aligned} h(t) &= 0 \\ 0.099t^2 - 4.776t + 51.31 &= 0 \\ t &= \frac{4.776 \pm \left(4.776^2 - 4 \cdot 0.099 \cdot 51.31\right)^{1/2}}{2 \cdot 0.099} \\ t &= \begin{cases} 16.15 \\ 32.0924 \end{cases} \end{aligned}$$

Vi undersøger herefter værdierne i de stationære punkter og i endepunkterne og får

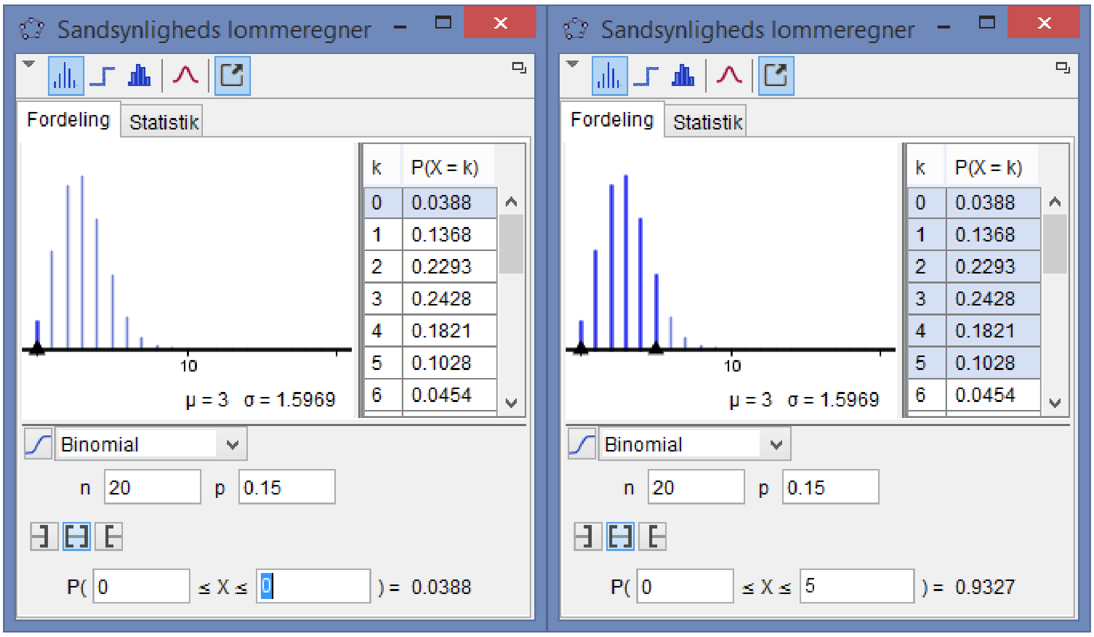
t	0	16.15	32.0924	40
$h(t)$	0	344.83	277.98	343.64

og konkluderer på den baggrund at der er størst omsætning efter (lidt over) 16 dage, men at omsætningen er omtrent lige så stor efter 40 dage.

Opgave 10A

a)

Hvis fejlsandsynligheden er 15 % og der er 20 biler, så vil sandsynligheden for at ikke er nogen fejl være 0.038 .



b)

Sandsynligheden for at der er højst 5 Audi uden fejl er 0.93 .

Opgave 10B

a)

Hvis der ikke afdrages på et lån på 2 mio i 4 terminer med 1 % i rente vil gælden være vokset til

$$2000000 \cdot 1.01^4 = 2081208.02$$

b)

Hvis gælden herefter afdrages over 10 år med en rente på 4 % p.a. vil ydelsen skulle være

$$\begin{aligned} y &= \frac{A_0 \cdot r}{1-(1+r)^{-n}} \\ &= \frac{2081208.02 \cdot 0.04}{1-1.04^{-10}} \\ &= 256594.10 \end{aligned}$$

så der skal indbetales 256 594.10 kroner om året.

Opgave 10C

a)

Da dækningsbidraget fra produkt A er 30 kr. pr. stk. og dækningsbidraget fra produkt B er 50 kr. pr. stk. er det samlede dækningsbidrag givet ved

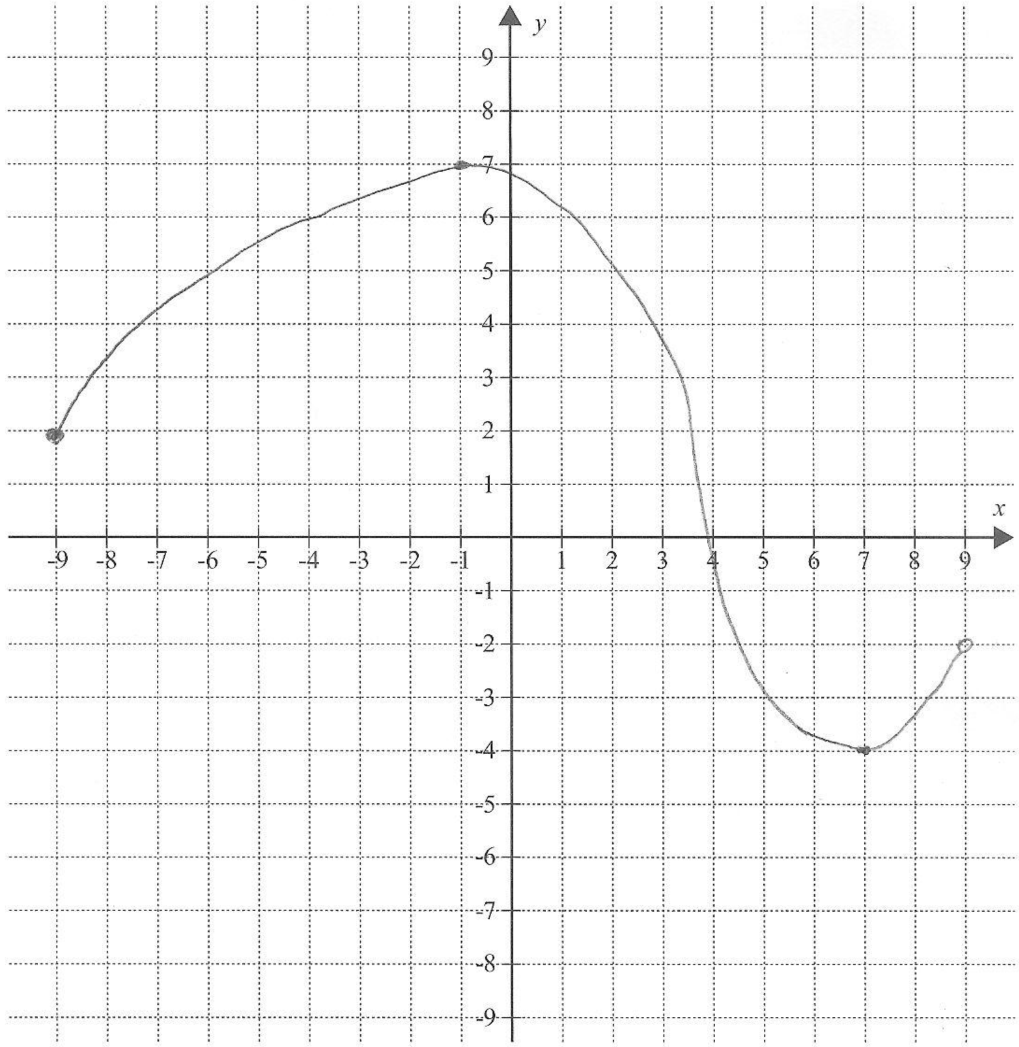
$$f(x,y) = 30x + 50y\,.$$

b)

Af figuren fremgår at de to skrå afgrænsninger af polygonområdet skærer hinanden i punktet $(500, 600)$, hvilket chekes ved at indsætte i ligningerne. Kriteriefunktionens værdi i dette punkt er $f(500, 600) = 45000$. Niveaukurven $N(45000)$ er integnet på bilag 3. Heraf fremgår tydeligt at kriteriefunktionen antager sin størsteværdi i dette hjørnepunkt. Det maksimale dækningsbidrag opnås derfor ved at producere 500 stk. af produkt A og 600 stk. af produkt B.

Bilag 1 til opgave 3.

Skole: Niels Brock	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter Harrawös



Bilag 2 til opgave 6.

Skole: Niels Brock	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter Harremoës

$3x^6 = 81x^3$ forskrifterne sættes lig hinanden.

$\dfrac{x^6}{x^3} = \dfrac{81}{3}$ Man dividerer med 3 og med x^3 på hver side.

$x^3 = 27$ Hver side reduceres

$x = 3$ X findes ved at tage den 3. rod af 27

$y = 2187$ y bestemmes som $3 \cdot x^6 = 3 \cdot 3^6 = 2187$

Skæringspunktet er $(x, y) = (3, 2187)$

Bilag 3 til opgave 10C.

Skole: Niels Brock	Hold:
Eksamensnr.	Navn: Peter Harremoës