



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

Fredag den 23. maj 2014
kl. 9.00 - 14.00

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.

Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 12 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.

I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende tre datafiler:

rejer

familier

ekspeditioner

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1

En funktion f er givet ved forskriften $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 3x + 10$.

- a) Bestem $f'(x)$ og bestem hældningen på tangenten til grafen for f , når $x = 1$.

Opgave 2

- a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

- $D_m(f) =]-7; 9]$
- $V_m(f) = [-4; 6]$
- f har tre nulpunkter
- $f'(3) = 0$

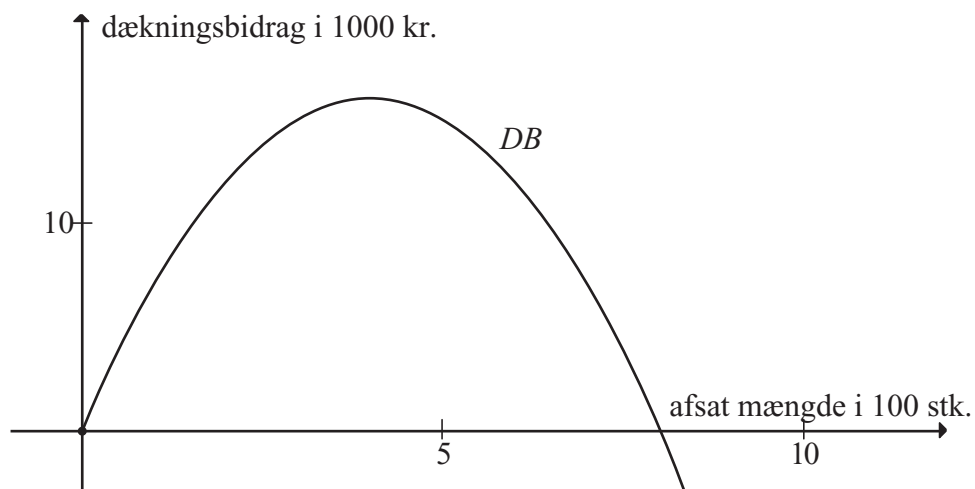
Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 3

Dækningsbidraget ved salg af en given vare er bestemt ved funktionen med forskriften

$$DB(x) = -x^2 + 8x, \quad 0 \leq x \leq 10$$

hvor x angiver den afsatte mængde af varen (i 100 stk.), og $DB(x)$ angiver det tilsvarende dækningsbidrag (i 1000 kr.).



- a) Bestem det interval for den afsatte mængde, hvor virksomheden opnår et positivt dækningsbidrag.

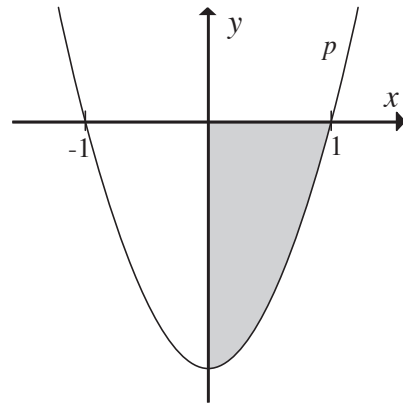
Opgave 4

En funktion p er givet ved forskriften $p(x) = 3x^2 - 3$.

Funktionen p har nulpunkter i $x = -1$ og $x = 1$.

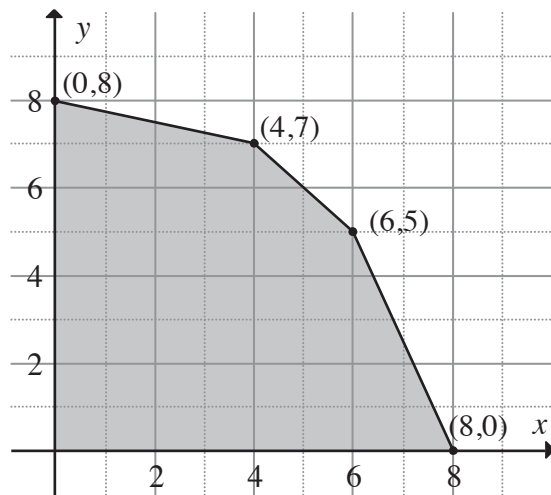
Det grå område på figuren afgrænses af grafen for p og x -aksen i intervallet fra 0 til 1.

- a) Bestem arealet af det grå område.



Opgave 5

En lineær funktion f af to variable har forskriften $f(x, y) = 10x + 20y$.



- a) Bestem ligningen for niveaulinjen givet ved $f(x, y) = 80$ og bestem størsteværdien for f indenfor polygonområdet vist på figuren.

Bilag 2 kan benyttes.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Følgende to spørgsmål besvares uafhængigt af hinanden:

- a) Isolér Y i følgende udtryk: $Y = CS + c \cdot (Y - t \cdot Y + TR) + I + G$ eventuelt ved hjælp af et CAS-værktøj.
- b) Ligningen $3x \cdot e^{x+3} - 3x = 0$ er løst nedenfor.

Forklaring til løsningen af ligningen skal gives. Bilag 3 kan benyttes.

$$3x \cdot e^{x+3} - 3x = 0$$

Ligningen er skrevet op.

$$3x \cdot (e^{x+3} - 1) = 0$$

$$3x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} - 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} = 1$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -3$$

Opgave 7

En virksomhed pakker luksusrejer i pakker med en påtrykt vægt på 500 g.

Det antages, at pakkernes vægt X er normalfordelt med middelværdi $\mu = 500$ g og spredning $\sigma = 10$ g, dvs. $X \sim N(500,10)$.

- a) Bestem sandsynligheden for, at en tilfældigt udvalgt pakke vejer mindre end 490 g.

Virksomheden udtager tilfældigt en stikprøve på 42 pakker for at kontrollere pakkernes vægt. Nedenstående tabel viser et udsnit af data fra stikprøven, som findes i filen *rejer*.

vægt
494
518
:



- b) Lav en grafisk præsentation af fordelingen af pakkernes vægt.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typetal/typeinterval
 median
 kvartilsæt
 gennemsnit
 varians
 standardafvigelse

- c) Beskriv fordelingen af pakkernes vægt ved hjælp af 3 statistiske deskriptorer.

Opgave 8

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x) = x \cdot \sqrt{-x^2 + 10x} \quad , \quad 0 \leq x \leq 10$$

Funktionen kan bl.a. beskrives ved følgende analysepunkter:

nulpunkter
 fortegnsvariation
 monotoniforhold
 ekstrema
 vendetangent
 krumningsforhold

- a) Beskriv funktionen f ved hjælp af 2 af ovenstående analysepunkter.
- b) Tegn grafen for funktionen f og markér de fundne resultater på grafen.

Opgave 9

Sammenhængen mellem prisen $y = d(x)$ på en vare og den efterspurgte mængde x af varen, opfylder følgende differentialligning:

$$d'(x) = \frac{-d(x)}{x+10}, \quad x \geq 0$$

Det oplyses, at $d(0) = 10000$.

a) Gør rede for, at funktionen givet ved forskriften

$$d(x) = \frac{100000}{x+10}, \quad x \geq 0$$

er løsning til ovenstående differentialligning.

Udbuddet s af varen kan beskrives ved en lineær funktion med forskriften

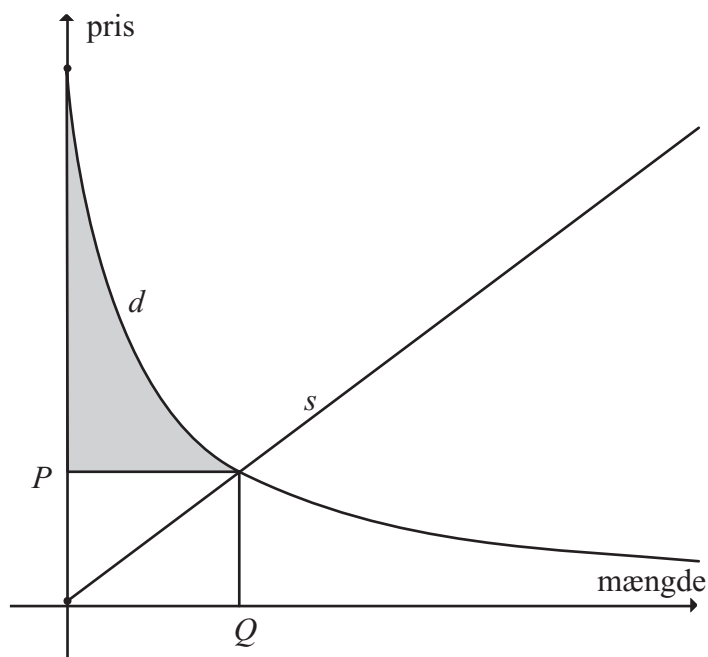
$$s(x) = 80x + 100, \quad x \geq 0$$

Skæringspunktet mellem d og s angiver ligevægtsmængden Q og ligevægtsprisen P .

b) Bestem ligevægtsmængden Q og ligevægtsprisen P .

Forbrugeroverskuddet kan bestemmes som arealet af det grå område vist i nedenstående figur.

c) Bestem forbrugeroverskuddet.



Opgave 10

Antallet af familier med bil i Danmark i perioden 2000 til 2012 er registreret i filen *familier*. Nedenstående tabel viser et udsnit af data fra filen.

År	x	Antal familier med bil
2000	0	1492778
2001	1	1520998
:	:	:



Lad x angive antal år efter 2000 og lad y angive antal familier med bil.

- Lav et xy -plot og opstil en lineær regressionsmodel $B(x) = a \cdot x + b$, der beskriver sammenhængen mellem x og y .
- Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten a .

I Søndagsavisen kunne følgende læses den 10. maj 2013:

”Antallet af familier med bil er steget med 17000 hvert eneste år siden årtusindskiftet, så 220000 flere danske familier har fået egne hjul at køre på i den periode. (år 2000 – 2012).”

- Kommentér ud fra dine svar til spørgsmål a) og b) ovenstående citat fra Søndagsavisen.

Kilder: Nykredit, Johan Juul-Jensen

<http://sondagsavisen.dk/2013/19/bus-og-togpriser-brager-i-vejret.aspx>

Opgave 11

En virksomhed afsætter to slags elektriske tandbørster, ERGO og FLEX. Lad x betegne den ugentlige afsætning af ERGO og lad y betegne den ugentlige afsætning af FLEX.

Sammenhængen mellem salgspriserne p og q og afsætningerne kan beskrives ved

$$p(x) = -0,2x + 700 \quad , \quad 100 \leq x \leq 2500$$

$$q(y) = -0,25y + 900 \quad , \quad 100 \leq y \leq 3000$$

hvor p er salgsprisen for ERGO og q er salgsprisen for FLEX.

De variable enhedsomkostninger er 100 kr. pr. tandbørste.

Dækningsbidraget pr. tandbørste kan bestemmes som

$$\text{dækningsbidrag} = \text{afsætning} \cdot (\text{salgspris} - \text{variable enhedsomkostninger})$$

- a) Gør rede for, at det samlede ugentlige dækningsbidrag kan beskrives ved funktionen

$$DB(x, y) = -0,2x^2 + 600x - 0,25y^2 + 800y$$

- b) Gør rede for, at niveaukurven $N(890000)$ bestemt ved $DB(x, y) = 890000$ er en ellipse.

Begrænsninger på produktionen gør, at virksomheden maksimalt kan producere 4000 tandbørster pr. uge. Det vil sige at $x + y \leq 4000$.

- c) Bestem det antal ERGO og det antal FLEX, der skal afsættes pr. uge for at få det størst mulige dækningsbidrag og bestem dette maksimale dækningsbidrag.



**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 12A

Experimentarium i København registrerer udenlandske kunders ekspeditioner ved kassen.

Experimentarium ønsker at undersøge, om der er sammenhæng, mellem det land kunden kommer fra og tidspunkt for besøget.

De to første kvartaler i sæsonen 2012 udtages som stikprøve.

Tabellen herunder viser et udsnit af stikprøven, som findes i filen *ekspeditioner*.

Land	Tidspunkt
Øvrigt udland	2. kvartal
Sverige	2. kvartal
Sverige	1. kvartal
Norge	1. kvartal
:	:



- a) Konstruér en tabel som nedenstående, der indeholder data fra filen *ekspeditioner*.

	1. kvartal	2. kvartal	Total
Norge			
Sverige			
Øvrigt udland			
Total			852

- b) Undersøg med et signifikansniveau på 5%, om der kan antages uafhængighed mellem land og tidspunkt for besøg og bestem bidragene til χ^2 -teststørrelsen.

Kilde: Erik Johansen, Økonomichef, Experimentarium

Opgave 12B

I forbindelse med sommerhuskøb kan op til 60% af købssummen finansieres med et realkreditlån, mens resten kan finansieres med et banklån.

Andrea vil købe et sommerhus med en købssum på 840000 kr. og vælger at optage et banklån på 40% af købssummen. Banklånet afdrages med en fast månedlig ydelse over 20 år til en månedlig rente på 0,44%.

- a) Bestem ydelsen på banklånet.

Efter 10 år arver Andrea 200000 kr.

- b) Undersøg, om arven er stor nok til, at Andrea kan betale restgælden på banklånet.

Opgave 12C

En virksomhed sælger bl.a. espressomaskiner. Omsætningen R og omkostningerne C ved salg af espressomaskiner kan beskrives ved funktionerne med forskrifterne

$$R(x) = -0,75x^2 + 4500x \quad , \quad 0 \leq x \leq 6000$$

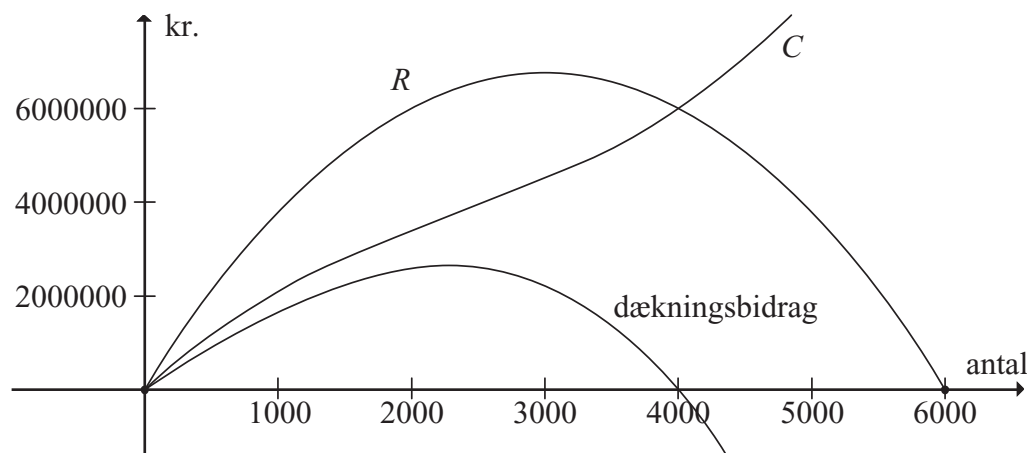
$$C(x) = 0,0001x^3 - 0,7x^2 + 2700x \quad , \quad 0 \leq x \leq 6000$$



hvor x er antal solgte espressomaskiner.

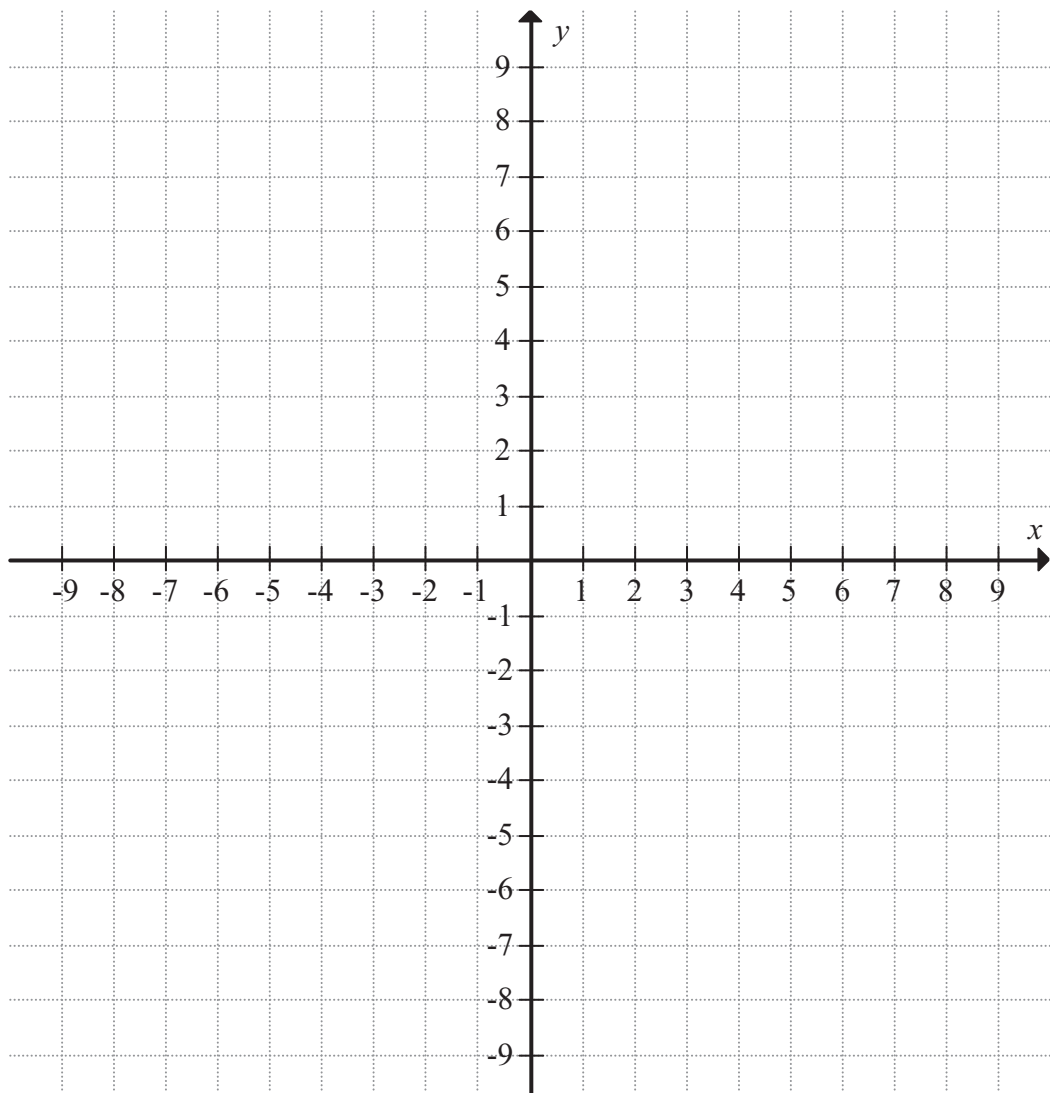
Dækningsbidraget kan bestemmes ved: $\text{dækningsbidrag} = \text{omsætning} - \text{omkostninger}$.

- a) Bestem en forskrift for dækningsbidraget og bestem dækningsbidraget, ved et salg på 2000 espressomaskiner.
- b) Bestem det størst mulige dækningsbidrag.



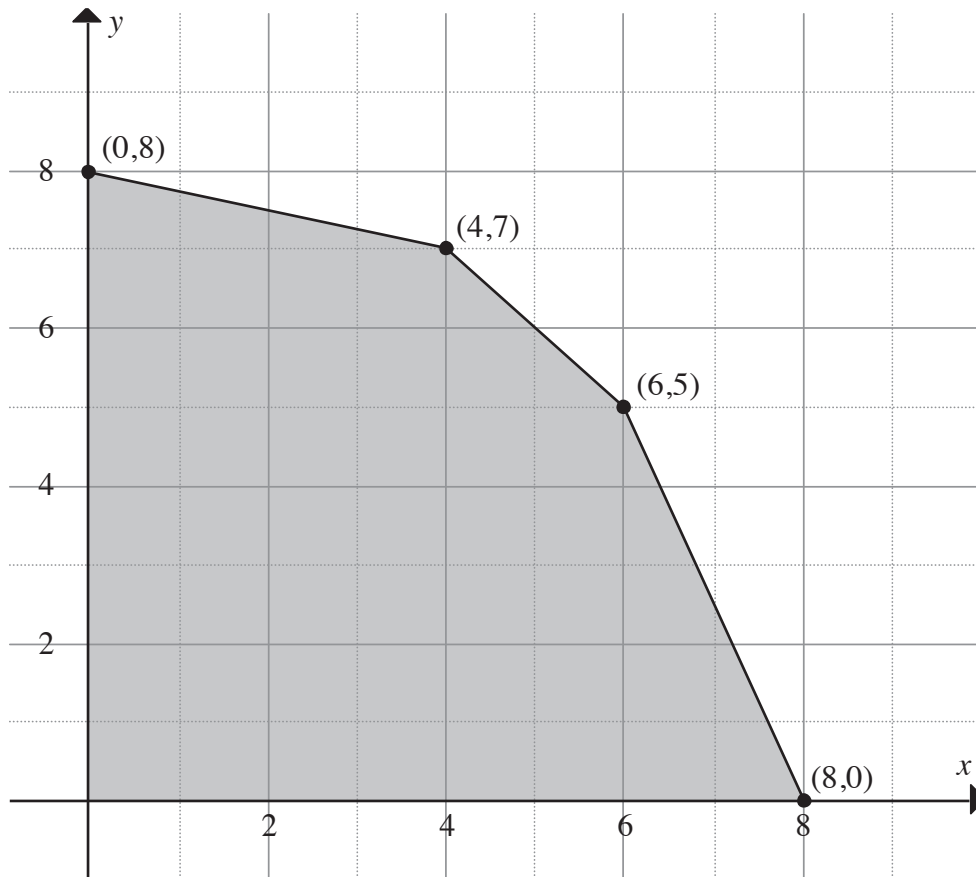
Bilag 1 til opgave 2

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:



Bilag 2 til opgave 5

Skole:	Hold:
Eksamensnr.:	Navn:



Bilag 3 til opgave 6

Skole:	Hold:
Eksamensnr.:	Navn:

$$3x \cdot e^{x+3} - 3x = 0$$

Ligningen er skrevet op.

$$3x \cdot (e^{x+3} - 1) = 0$$

$$3x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} - 1 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} = 1$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$$

$$x = 0 \quad \vee \quad x = -3$$
