Matematik A, maj 2014

Peter Bregendal

Løsninger vha. Nspire CAS

Delprøven uden hjælpemidler

Opgave 1

Givet funktionen $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 3x + 10$

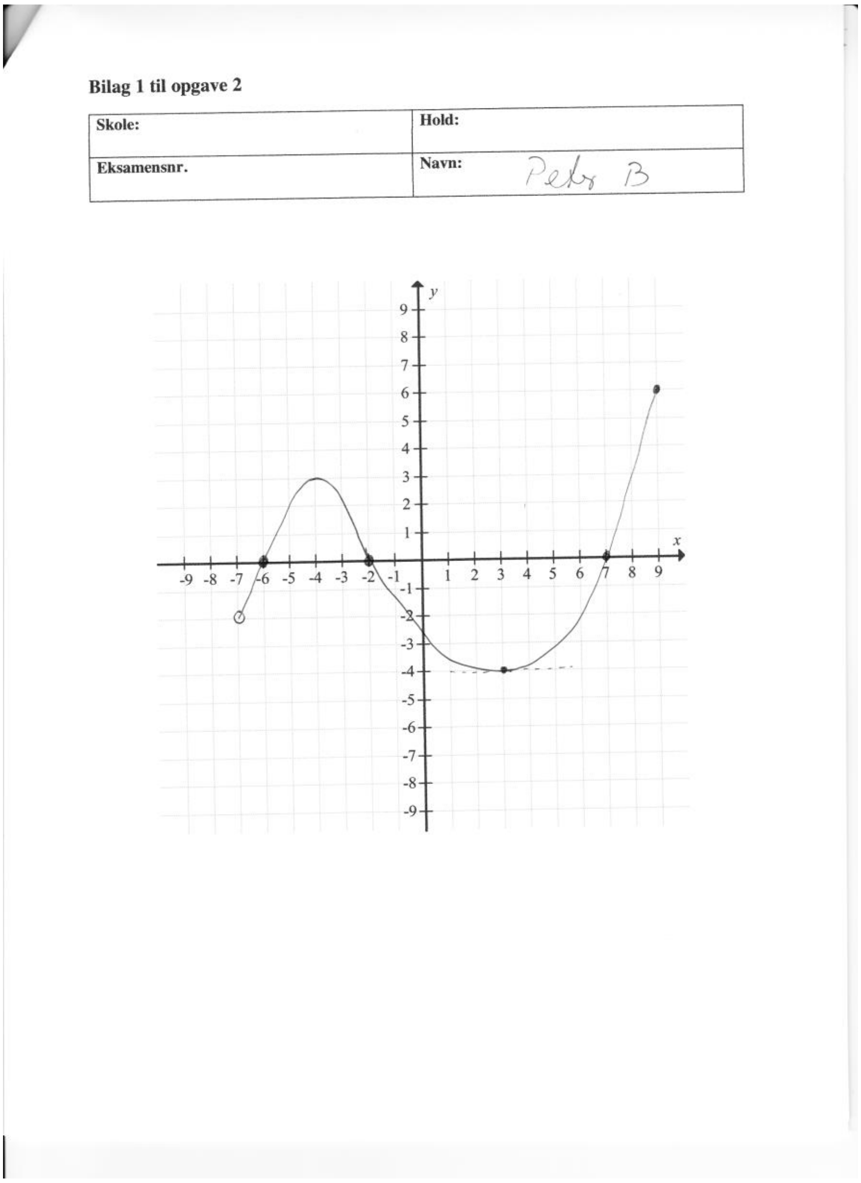
a)

$f'(x) = -3x^2 + 8x - 3$

$f'(1) = -3 + 8 - 3 = 2.$

Opgave 2

Se bilag 1



Matematik A, maj 2014

Peter Bregendal

Løsninger vha. Nspire CAS

Opgave 3

Givet funktionen $DB(x) = -x^2 + 8x,\ 0 \le x \le 10$

a)

$-x^2 + 8x = 0$

$x(-x+8) = 0$

$x = 0 \vee -x + 8 = 0$

$x = 8$

Positivt DB opnås for $x \in \left]0;8\right[$.

Opgave 4

Givet funktionen $p(x) = 3x^2 - 3$

a)

$$A = -\int_0^1 3x^2 - 3dx = -\left[x^3 - 3x\right]_0^1 = -(1-3) - 0 = 2$$

Opgave 5

Givet kriteriefunktionen $f(x,y) = 10x + 20y$

a)

$f(x,y) = 80$

$10x + 20y = 80$

$20y = -10x + 80$

$y = -\frac{1}{2}x + 4$

Af bilag 2 fremgår det, at maksimum opnås i punktet (4,7).
Størsteværdien er derfor $f(4,7) = 10 \cdot 4 + 20 \cdot 7 = 40 + 140 = 180$.

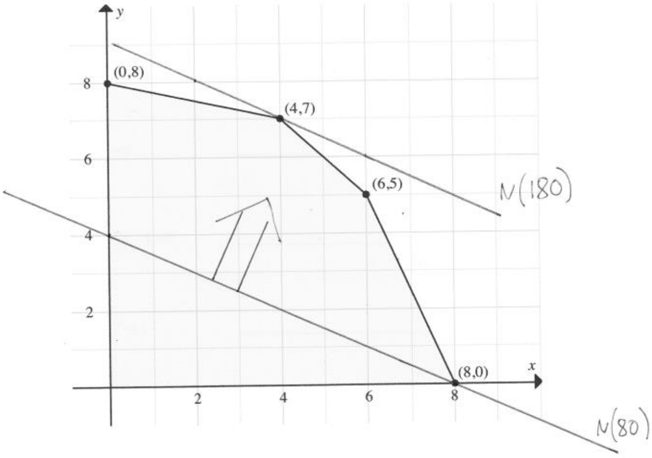
Matematik A, maj 2014

Peter Bregendal

Løsninger vha. Nspire CAS

Bilag 2 til opgave 5

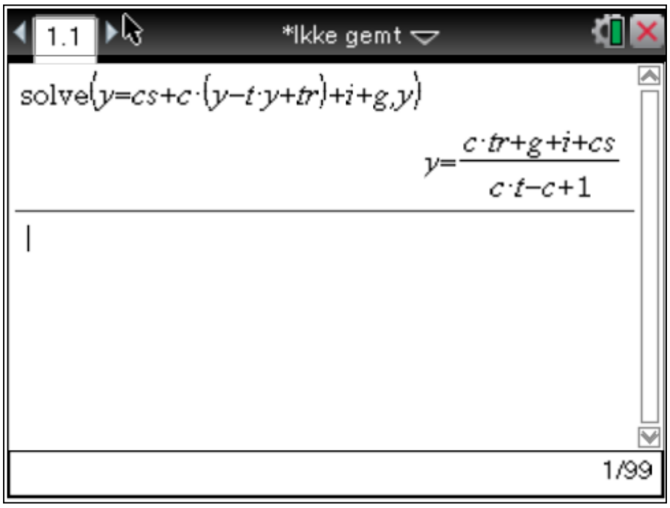
Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter B



Delprøven med hjælpemidler

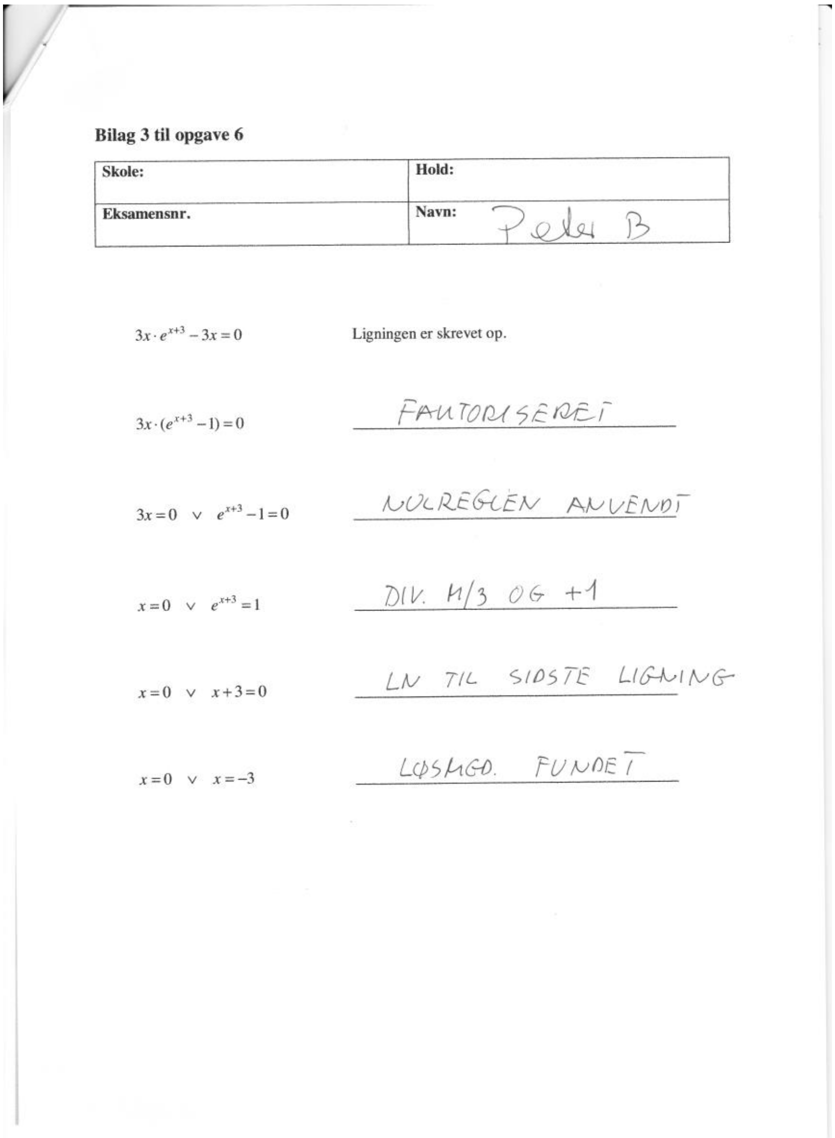
Opgave 6

a)
Vha. Nspire fås følgende:



Y er derfor $Y = \dfrac{c \cdot TR + G + I + CS}{ct - c + 1}$

b)
Se bilag 3



Bilag 3 til opgave 6

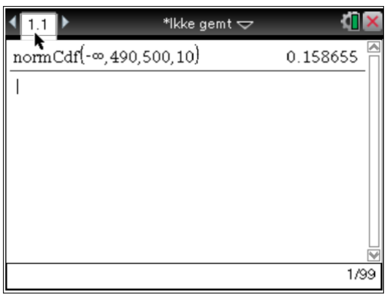
Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn: Peter B

$3x \cdot e^{x+3} - 3x = 0$	Ligningen er skrevet op.
$3x \cdot (e^{x+3} - 1) = 0$	FAKTORISERET
$3x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} - 1 = 0$	NULREGLEN ANVENDT
$x = 0 \quad \vee \quad e^{x+3} = 1$	DIV. M/3 OG +1
$x = 0 \quad \vee \quad x + 3 = 0$	LN TIL SIDSTE LIGNING
$x = 0 \quad \vee \quad x = -3$	LØSMGD. FUNDET

Opgave 7

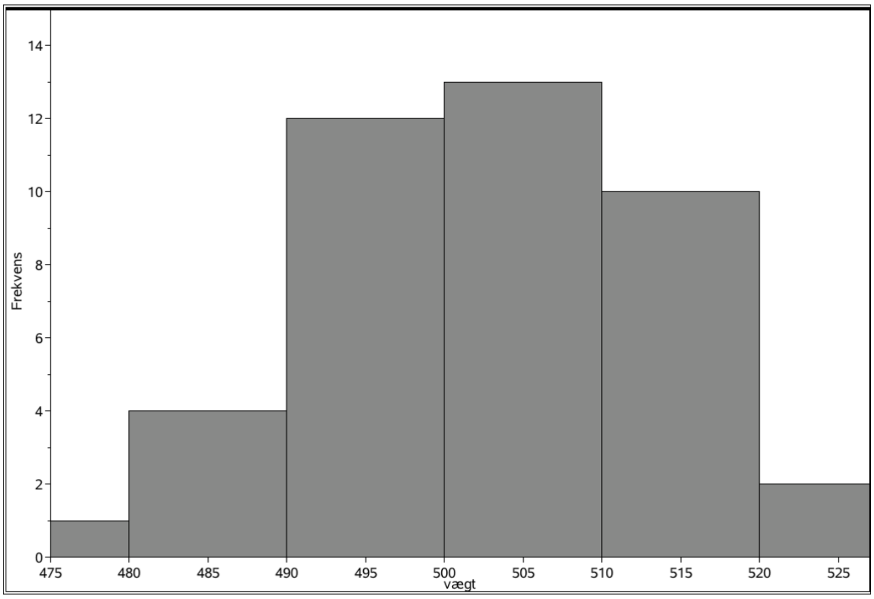
Vi har følgende normalfordeling: $X \sim N(500,10)$.

a)
Vha. Nspire får vi:



Sandsynligheden for, at en tilfældig udvalgt pakke vejer mindre end 490 g er ca. 0,16.

b)
Se histogram nedenfor:



c)
Deskriptorer:

"$\bar{x}$ "	502.54761904762
"sx := s□₋ ₁ x"	10.67525605097
"σx := σ□x"	10.547404061014
"n"	42.
"MinX"	478.
"Q_1 X"	494.
"MedianX"	503.
"Q_3 X"	511.
"MaxX"	524.

Vi vælger gennemsnit, typeinterval og standardafvigelse.

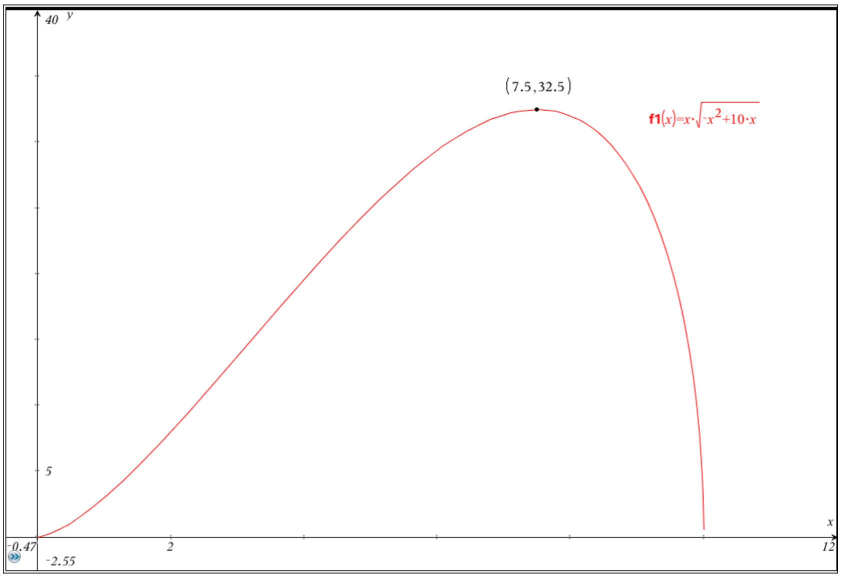
Gennmsnitsvægt er 502,5 g
Den typisk forekommende vægt ligger i intervallet $\left[500;510\right]$
Standardafvigelsen er 10,7 g.

Opgave 8

Givet funktionen $f(x) = x \cdot \sqrt{-x^2 + 10x}$, $0 \leq x \leq 10$.

a) og b)
Funktionen beskrives ved monotoniforhold og ekstrema.

Vha. Nspire tegnes funktionen og dens maksimum bestemmes.



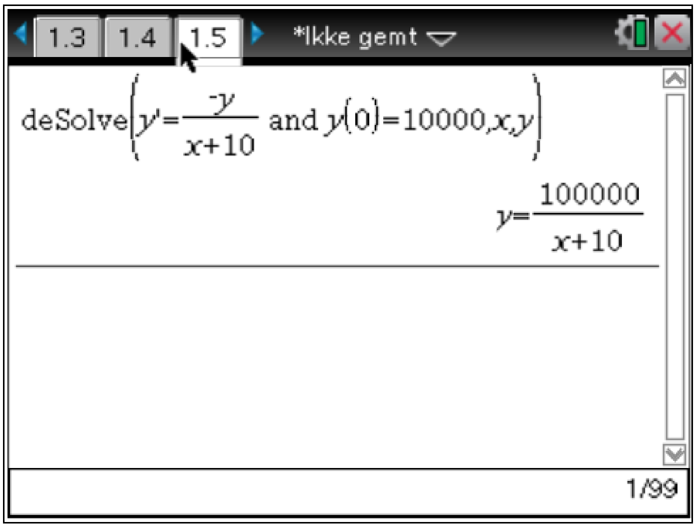
Vha. Nspire undersøges monotoniforhold:

Som det fremgår af output er funktionen voksende for $x \in [0;7,5]$ og aftagende for $x \in [7,5;10]$. Funktionen har globalt maksimum i punktet (7,5;32,5).

Opgave 9

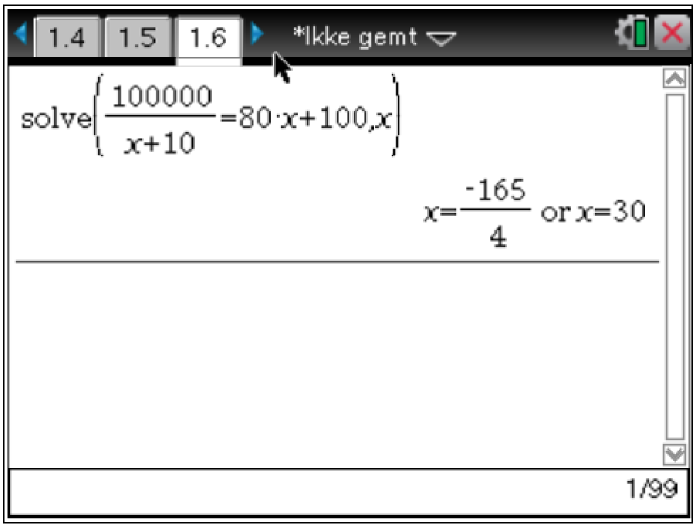
Givet differentialligningen $d'(x)=\frac{-d(x)}{x+10}, x \geq 0$.

Vha. Nspire findes den partikulære løsning:



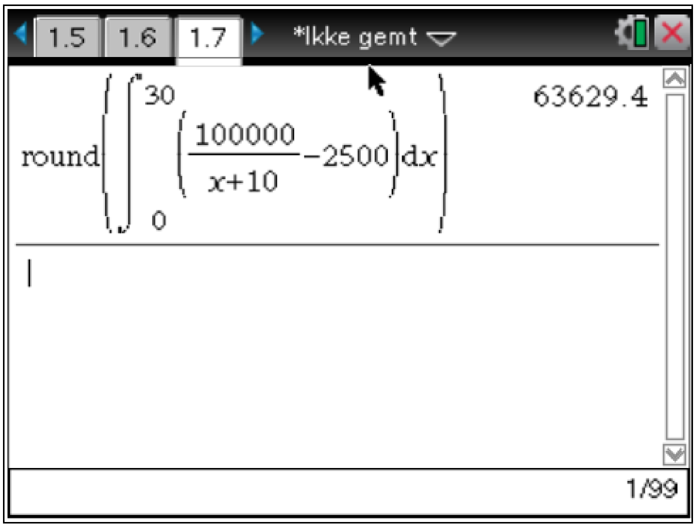
Det ses, at $y=\dfrac{100000}{x+10}$ er løsning til differentialligningen.

b)
Vha. Nspire bestemmes ligevægtsmængde og – pris:



Som det fremgår af output er ligevægtsmængden 30. Ligevægtspriser er: $s(30)=80\cdot 30+100=2500$.

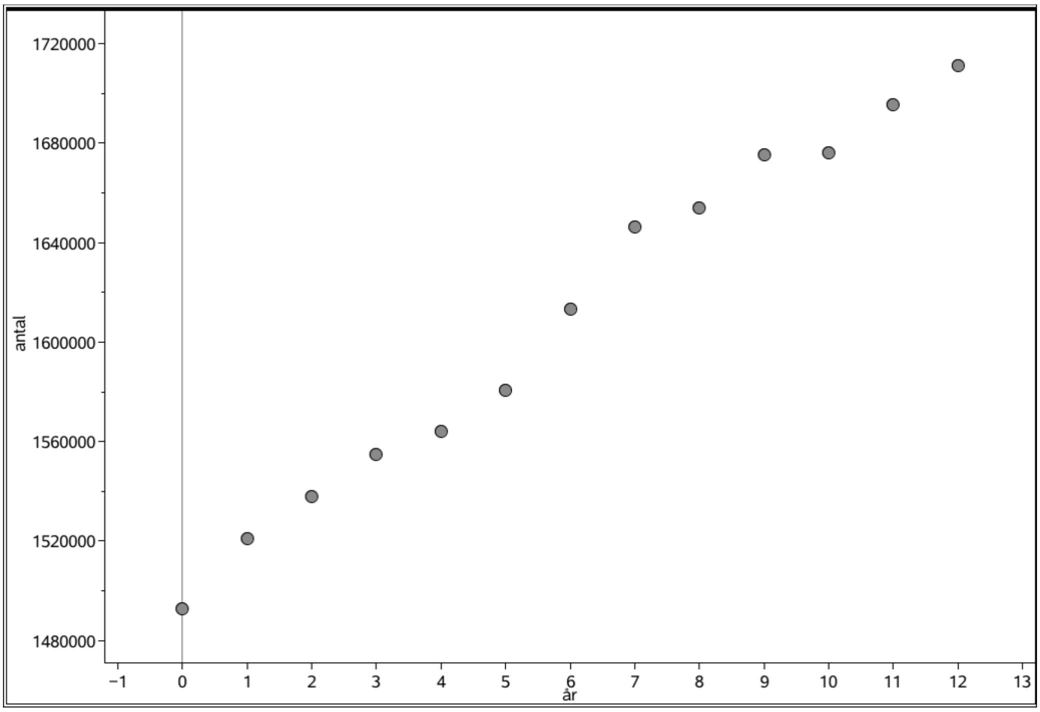
c)
Vha. Nspire bestemmes arealet (=forbrugeroverskuddet):



Forbrugeroverskuddet er 63629,4.

Opgave 10

a)
Vha. Nspire laves et xy-plot og en lineær regressionsmodel bestemmes:



"RegEqn"	"m*x+b"
"m"	18374.664835165
"b"	1499229.9340659
"r²"	0.98520771950386
"r"	0.99257630412168

Et estimat for den lineære regressionsmodel er $B(x)=18374,66x+1499229,93$.

Som det fremgår af r og r^2 er der en god overensstemmelse og tilpasningsgrad mellem udviklingen af familier med bil i perioden 2000 til 2012.

b) og c)
Vha. Nspire bestemmes et 95%-konfidensinterval for stigningstakten i antal familier med biler:

"Titel"	"Lineært Reg t-interval"
"RegEqn"	"a+b*x"
"CLower"	16880.516008523
"CUpper"	19868.813661807

Stigningstakten i antal familier med bil kan med 95% sandsynlighed siges at ligge i intervallet $\left[16881;19868\right]$.

Dvs., at det må med 95% sandsynlighed antages at stigningen i antal familier med bil ligger mellem 16881 biler og 19868 biler pr. år. At påstå, at familier med bil er steget med 17000 biler hvert år siden år 2000 passer ikke på de konkrete tal, men med den usikkerhed, der ligger i det beregnede konfidensinterval passer det nogenlunde.

Opgave 11

Givet salgspriserne p og q for to slags tandbørster:

$$p(x) = -0,2x + 700 \text{ , } 100 \le x \le 2500$$
$$q(y) = -0,25y + 900, \text{ } 100 \le y \le 3000$$

a)
Vha. Nspire fås følgende:

DB(x,y)=x*(−0.2*x+700)-100*x+y*(−0.25*y+900)-100*y=−0.2*x^(2)+600.*x-0.25*y^(2)+800.*y

b)
Centrum og frit maksimum bestemmes:

$$p = -\frac{600}{2\cdot -0.2} = 1500$$
$$q = -\frac{800}{2\cdot -0.25} = 1600$$
$$K = 0 - (-0.2)\cdot 1500^2 - (-0.25)\cdot 1600^2 = 1090000$$

Vi bestemmer ligningen for ellipsen:

$$\frac{(x-1500)^2}{\frac{890000-1090000}{-0.2}} + \frac{(y-1600)^2}{\frac{890000-1090000}{-0.25}} = 1$$
$$\frac{(x-1500)^2}{1000000} + \frac{(y-1600)^2}{800000} = 1$$

Som det fremgår af ovenstående, er niveaukurven $N(890000)$ en ellipse med centrum i (1500,1600) og frit maksimum på 1090000.

Da centrum for ellipsen ligger indenfor kapacitetsområdet opnås det største dækningsbidrag ved produktion af 1500 ERGO og 1600 FLEX. Det maksimale dækningsbidrag er 1090000 kr. pr. uge.

Opgave 12A

a)
Vha. Excel udarbejdes Pivot-tabel:

Antal af Tidspunkt	***Kolonnenavne***			
Rækkenavne	***1. kvartal***	***2. kvartal***	***(tom)***	***Hovedtotal***
Norge	*27*	*25*		*52*
Sverige	*324*	*247*		*571*
Øvrigt udland	*37*	*192*		*229*
(tom)				
Hovedtotal	***388***	***464***		***852***

b)
Med hypoteserne:

H_0 : Ingen sammenhæng mellem land og tidspunkt

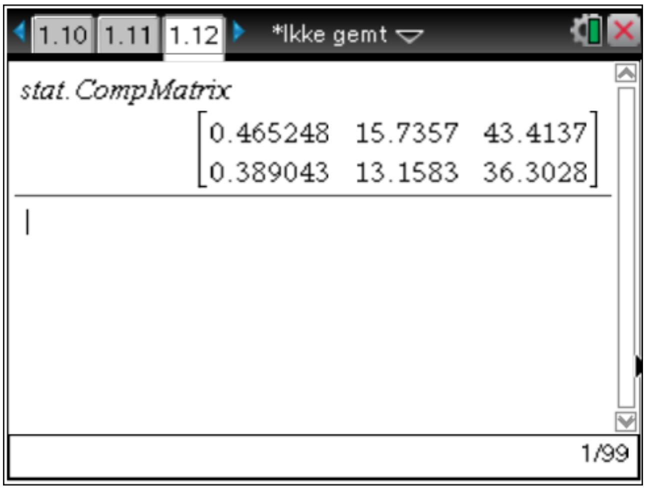
H_1 : Sammenhæng mellem land og tidspunkt

gennemføres vha. Nspire en $\chi^2 - test$:

"Titel"	"χ^2-uafhængighedstest"
"χ^2"	109.46479036589
"PVal"	1.6983327744178E-24
"df"	2.

Som det fremgår af ovenstående har vi en *p*-værdi på stort set nul, hvorfor vi kan afvise nulhypotesen, og det må derfor antages, at der er afhængighed mellem land og tidspunkt for besøg.

Bidragene til teststørrelsen er:



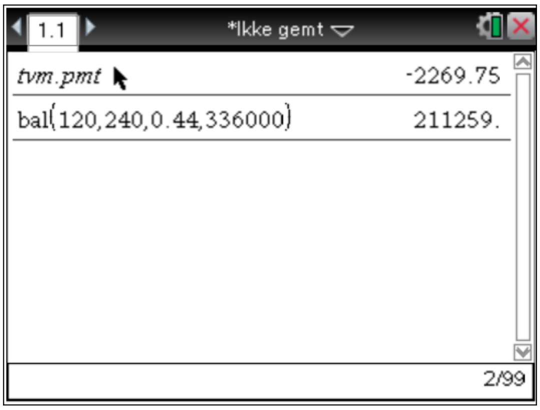
Som det fremgår af bidragene er det specielt 1. kvartal og Øvrigt udland, der bidrager til teststørrelsen, hvilket betyder, at stikprøveobservationerne og de dertilhørende forventede værdier adskiller sig væsentligt.

Opgave 12B

a)
Ydelsen bestemmes:

Vha. Nspire og gældsformlen vil den månedlige ydelse være på 2269,75 kr.

b)
Rest bestemmes:



Vha. Nspire har vi fundet restgælden til 211259 kr. Andrea kan derfor ikke helt betale restgælden med arven på 200000 kr.

Opgave 12C

Givet omsætnings- og omkostningsfunktionerne:

$$R(x) = -0.75x^2 + 4500x,\ 0 \le x \le 6000$$
$$C(x) = 0.0001x^3 - 0.7x^2 + 2700x,\ 0 \le x \le 6000$$

Matematik A, maj 2014

Peter Bregendal

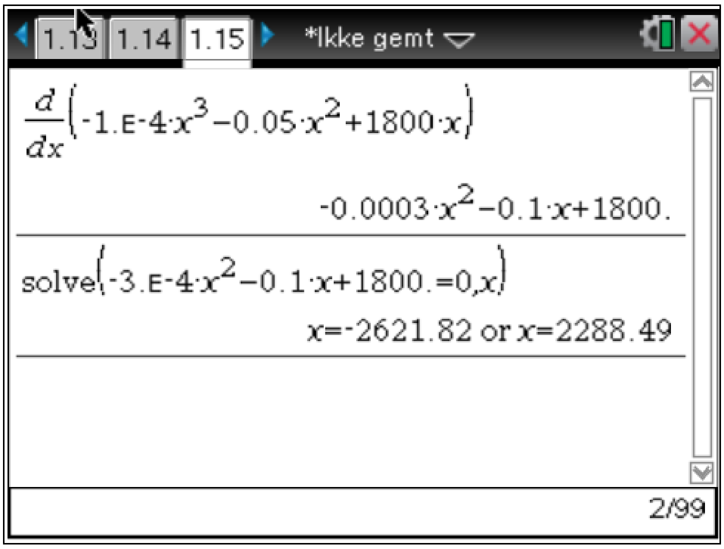
Løsninger vha. Nspire CAS

a)
Forskrift for dækningsbidraget:

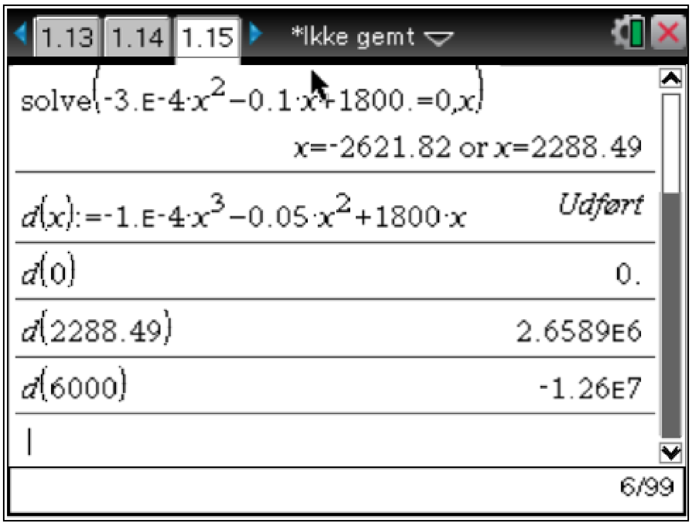
$$d(x) = R(x) - C(x) = -0.0001x^3 - 0.05x^2 + 1800x \, .$$

Ved salg af 2000 maskiner er dækningsbidraget *d*(2000)=26000 kr.

b)
Vi bestemmer størst mulige dækningsbidrag vha. Nspire:



Da vi kun regner indenfor intervallet fra 0-6000 finder vi værdierne for
$x = 0,\ x = 2288,49\ og\ x = 6000$:



Det størst mulige dækningsbidrag er 2.658.900 kr.