



**MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

Mandag den 27. maj 2013
kl. 9.00-14.00

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.

Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 12C med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.

I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

NBA

ISS

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

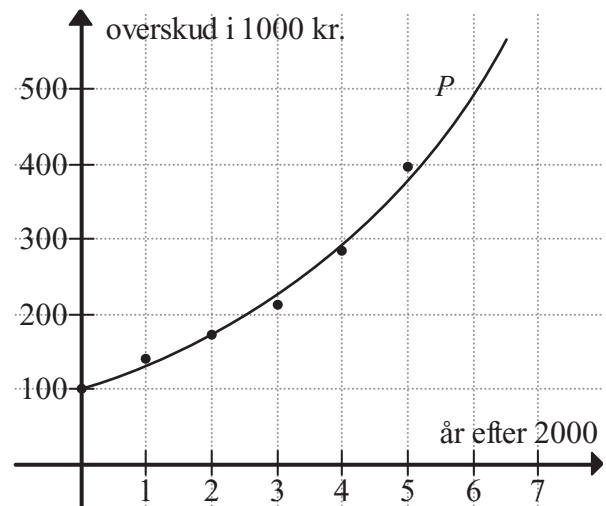
Opgave 1

Overskuddet (i 1000 kr.) i en virksomhed har siden år 2000 udviklet sig tilnærmelsesvis eksponentielt, og kan beskrives ved en funktion med forskriften

$$P(x) = 102 \cdot 1,30^x$$

hvor x er antal år efter 2000.

Virksomheden har en målsætning om, at overskuddet skal fordobles hvert tredje år.



- a) Forklar betydningen af tallene 102 og 1,30 i forskriften for P og vurder ud fra grafen, om virksomheden opfylder målsætningen om en fordobling af overskuddet hvert tredje år.

Opgave 2

- a) Gør rede for, at funktionen med forskriften

$$f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$$

er en løsning til differentialligningen $y' + y = x^3 + 2x^2 - x$.

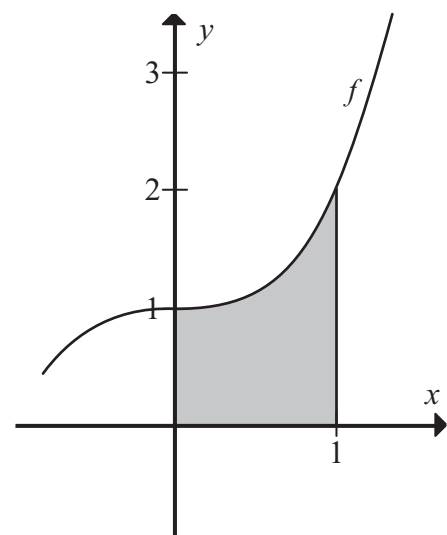
Opgave 3

På figuren ses grafen for funktionen f med forskriften

$$f(x) = x^3 + 1$$

Det grå område på figuren afgrænses af koordinataksene, grafen for f og linjen med ligningen $x = 1$.

- a) Bestem arealet af det grå område på figuren.



Opgave 4

a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

- $Dm(f) = [-6; 8[$
- $f(-3) = 4$
- $f'(2) = 0$
- f har mindst tre ekstrema

Bilag 1 kan benyttes.

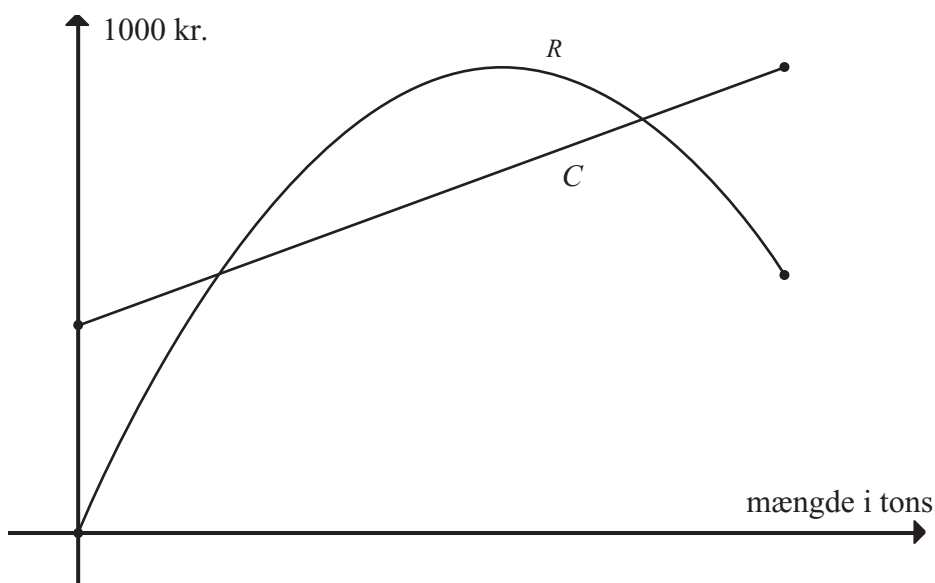
Opgave 5

Omsætningen R (i 1000 kr.) og omkostningerne C (i 1000 kr.) ved produktion og salg af en vare er bestemt ved funktionerne med forskrifterne

$$R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x, \quad 0 \leq x \leq 10$$

$$C(x) = x + 8, \quad 0 \leq x \leq 10$$

hvor x er den producerede og afsatte mængde af varen i tons.



a) Bestem det interval, hvor omsætningen er større end omkostningerne.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Følgende to spørgsmål besvares uafhængigt af hinanden:

a) Bestem a således, at $\int_0^{15} \sqrt{x+a} \, dx = 42$ ved hjælp af et CAS-værktøj.

b) En funktion af to variable er givet ved forskriften

$$f(x, y) = -x^2 + 100x - 4y^2 + 400y$$

Det undersøges, om niveaukurven $N(2500)$ er en ellipse.

Forklaringer til udregningerne skal gives. Bilag 2 kan benyttes.

$$f(x, y) = 2500$$

$f(x, y)$ sættes lig niveauet 2500.

$$-x^2 + 100x - 4y^2 + 400y = 2500$$

$$x^2 - 100x + 4 \cdot (y^2 - 100y) = -2500$$

$$(x - 50)^2 + 4 \cdot (y - 50)^2 - 12500 = -2500$$

$$(x - 50)^2 + 4 \cdot (y - 50)^2 = 10000$$

$$\frac{(x - 50)^2}{100^2} + \frac{(y - 50)^2}{50^2} = 1$$

Niveaukurven $N(2500)$ er en ellipse med centrum i $(50, 50)$ og halvaksler $a = 100$ og $b = 50$.

Opgave 7

National Basketball Association (NBA), som er den amerikanske basketballiga, består af 30 hold. Der spilles 82 kampe pr. hold i den regulære sæson. Et sportsmagasin vil undersøge sammenhængen mellem holdenes årlige lønsum (i mio. dollars) til spillerne og antal sejre, holdene har opnået. Derfor er disse oplysninger registreret for sæsonen 2011-2012.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *NBA*.

Hold	Årlig lønsum	Antal sejre
Cleveland Cavaliers	53	21
New York Knicks	64	36
Houston Rockets	62	34
:	:	:



- a) Lav en grafisk præsentation, som beskriver fordelingen af den årlige lønsum.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

median
 kvartilsæt
 gennemsnit
 typetal/typeinterval
 varians
 standardafvigelse

- b) Bestem 3 af ovenstående statistiske deskriptorer for fordelingen af den årlige lønsum.
- c) Lav et xy -plot af sammenhængen mellem den årlige lønsum x og antal sejre y , og opstil en lineær regressionsmodel, der beskriver denne sammenhæng.
- d) Skriv ud fra dine svar til spørgsmål a), b) og c) et kort indlæg til sportsmagasinet, hvor du præsenterer undersøgelsens resultater og betydningen af disse.

Kilder: http://espn.go.com/nba/standings/_/type/expanded/year/2012
<http://www.hoopsworld.com/nba-team-salary-totals/>

Opgave 8

En virksomhed har undersøgt markedet for et produkt og fundet frem til, at prisen (i 1000 kr.) pr. ton kan beskrives ved en eksponentiel funktion f givet ved forskriften

$$f(x) = 69 \cdot 0,98^x, \quad 0 \leq x \leq 100$$

hvor x er afsætningen i tons.

- a) Bestem prisen ved en afsætning på 25 tons.

Omsætningen R (i 1000 kr.) er givet ved forskriften

$$R(x) = 69 \cdot x \cdot 0,98^x, \quad 0 \leq x \leq 100$$

- b) Bestem den størst mulige omsætning.

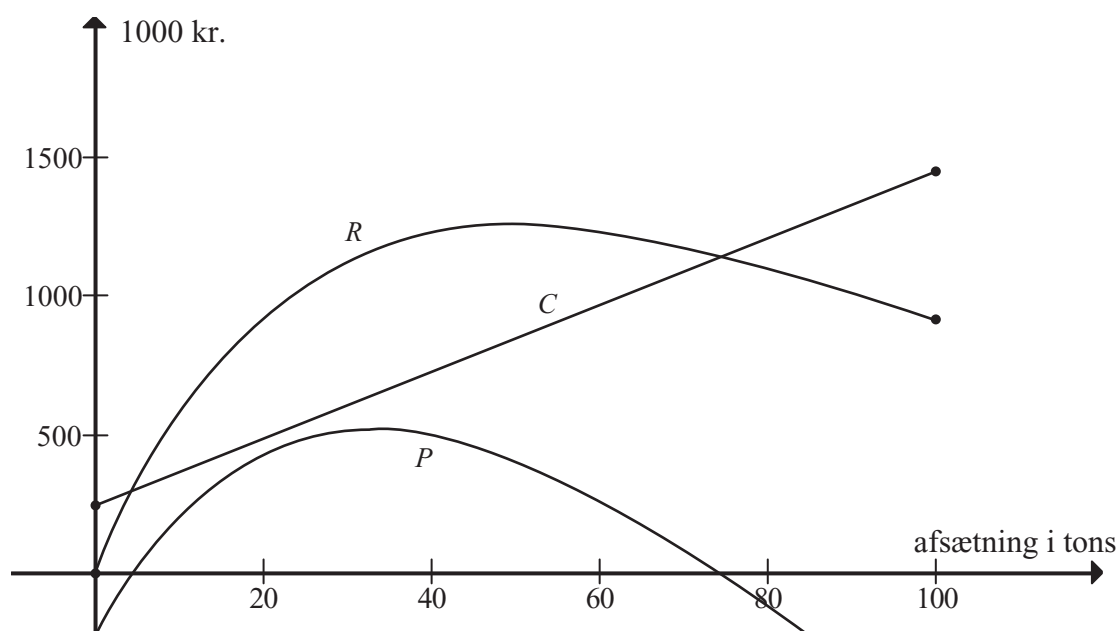
Omkostningerne C (i 1000 kr.) ved produktion af produktet er givet ved funktionen med forskriften

$$C(x) = 12x + 250, \quad 0 \leq x \leq 100$$

Overskuddet kan bestemmes ved

$$\text{overskud} = \text{omsætning} - \text{omkostninger}$$

- c) Bestem en forskrift for overskuddet P , og bestem den pris pr. ton der giver det størst mulige overskud.



Opgave 9

ISS Facility Services A/S er en af Danmarks førende leverandører inden for Facility Management. ISS leverer en lang række serviceydelser, herunder bl.a. rengøring. Over en toårig periode er antallet af faste kunder, der modtager en bestemt type serviceydelse hos ISS, talt op. Kunderne fordeler sig på tre landsdele og på tre forskellige servicetyper.

Tabellen herunder viser et udsnit af data, som findes i filen *ISS*.

Servicetype	Landsdel
Institutionsrengøring	Sjælland og øerne
Kontorrengøring	Jylland
Skolerengøring	Sjælland og øerne
:	:



- a) Konstruér en tabel som nedenstående, der indeholder data fra filen *ISS*.

	Fyn	Jylland	Sjælland og øerne	Total
Institutionsrengøring				
Kontorrengøring				
Skolerengøring				
Total				1291

Det ønskes undersøgt, om der er uafhængighed mellem de servicetyper, der leveres i de forskellige landsdele.

- b) Opstil en nulhypotese og en alternativ hypotese og bestem de forventede værdier, når der antages uafhængighed.
- c) Bestem χ^2 - teststørrelsen og undersøg med et signifikansniveau på 5%, om der kan antages uafhængighed mellem de servicetyper, der leveres i de forskellige landsdele.

Kilde: ISS Facility Services A/S Danmark

Opgave 10

Afsætningen $y = A(x)$ af en bestemt vare (i 1000 stk.) forventes de første 100 dage efter introduktionen at opfylde følgende differentialligning

$$\frac{dy}{dx} = -0,05y + 10$$

hvor x er antal dage efter introduktionen.

- Bestem en forskrift for A , når det oplyses at $A(0) = 0$.
- Bestem den forventede afsætning efter 30 dage.

Opgave 11

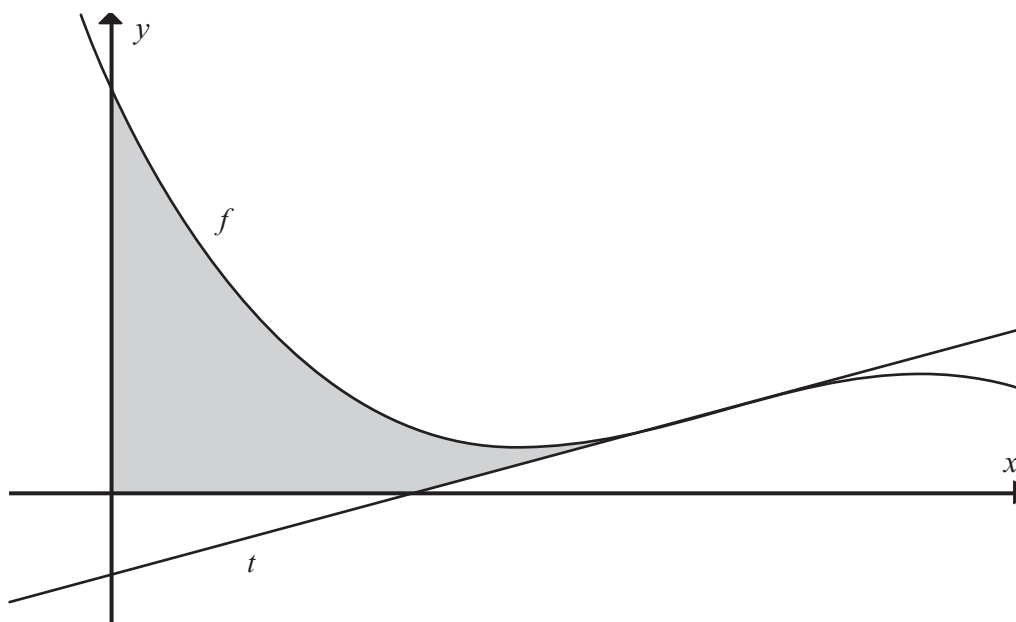
En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 6x^2 - 32x + 60$$

- Gør rede for, at grafen for f har en vendetangent t med ligningen $y = 4x - 12$.

Tangenten t , grafen for f og koordinataksene afgrænser et område, der er markeret med gråt på figuren.

- Bestem arealet af det grå område.



**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 12A

Gregers vil låne 175 000 kr. i banken. Banken tilbyder et annuitetslån, der skal betales tilbage over 10 år med en fast årlig ydelse. Renten er 2,2% p.a.

a) Bestem den årlige ydelse.

Gregers vælger i stedet at betale en ydelse på 21000 kr. om året. Renten er 2,2% p.a., og lånet betales tilbage over 10 år. Den sidste ydelse er mindre end de 9 første.

b) Bestem størrelsen af den sidste ydelse.

Opgave 12B

En købmand ønsker at undersøge, hvor stor en andel den økologiske mælk udgør af det samlede salg af mælk i butikken. Købmanden ved, at andelen af økologisk mælk på landsplan er 28%.

Lad X være den binomialfordelte stokastiske variabel, der tæller antal liter økologisk mælk i en stikprøve, $X \sim b(n, p)$.

Købmanden udtager en tilfældig stikprøve, der viser, at ud af et salg på 1500 liter mælk er 450 liter økologisk.

a) Bestem et 95%-konfidensinterval for andelen af økologisk mælk i købmandens stikprøve og vurder, om købmandens andel er den samme som andelen på landsplan.

Antag, at andelen af økologisk mælk er $p = 28\%$.

b) Bestem sandsynligheden for, at der mindst er 450 liter økologisk mælk i en tilfældig stikprøve på 1500 liter mælk.



Opgave 12C

En virksomhed producerer og sælger to varer A og B. Det samlede dækningsbidrag kan bestemmes ved funktionen DB med forskriften

$$DB(x, y) = -0,04x^2 + 60x + 5y - 1000$$

hvor x angiver det producerede og solgte antal A, og y angiver det producerede og solgte antal B.

Produktionen er underlagt følgende begrænsninger:

$$0 \leq x \leq 1000$$

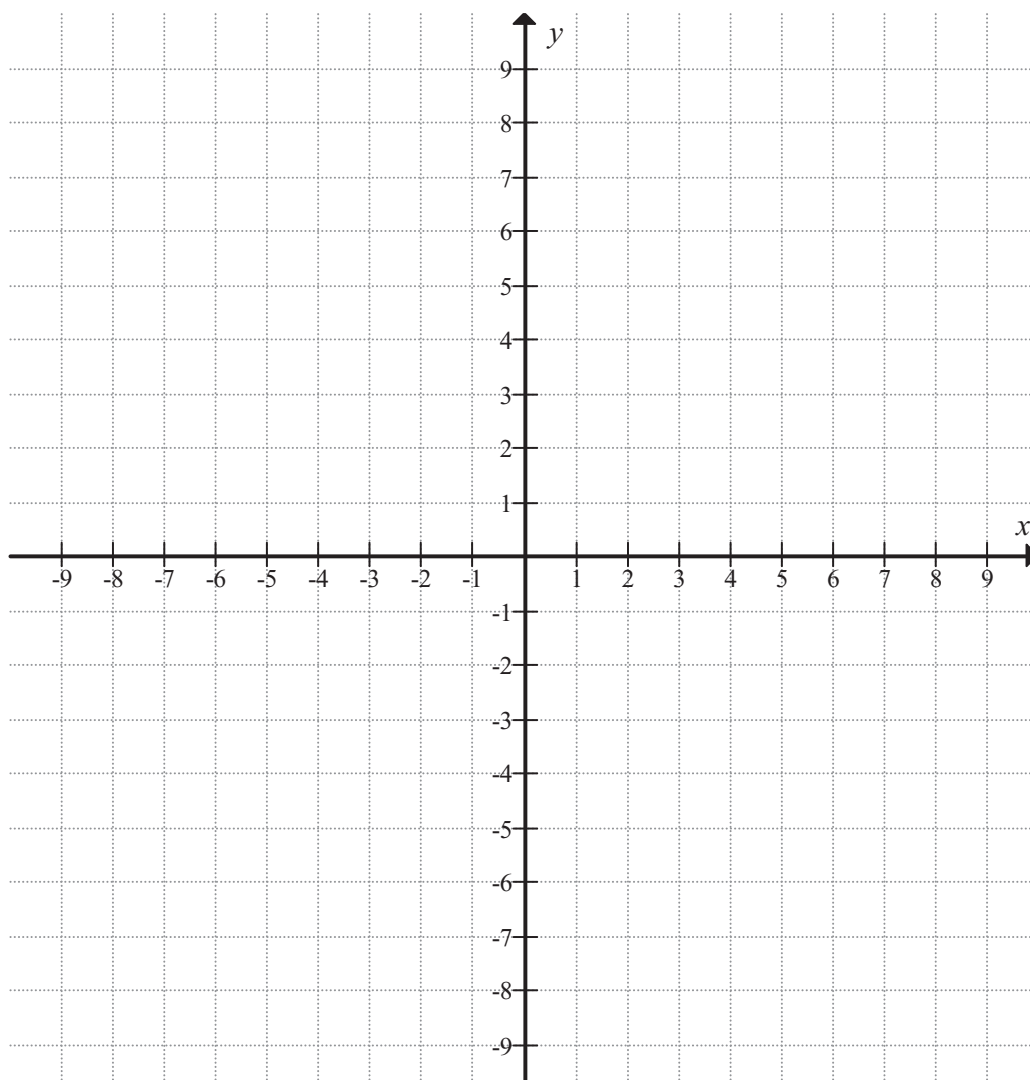
$$0 \leq y \leq 6000$$

Niveaukurven $N(t)$ er defineret ved $DB(x, y) = t$.

- a) Gør rede for, at niveaukurven $N(20\,000)$ er en parabel og tegn denne samt begrænsningerne i et koordinatsystem.
- b) Bestem det antal A og det antal B, virksomheden skal producere og sælge for at opnå størst mulig omsætning.

Bilag 1 til opgave 4.

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:



Bilag 2 til opgave 6.

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:

$$f(x, y) = 2500$$

$f(x, y)$ sættes lig niveauet 2500.

$$-x^2 + 100x - 4y^2 + 400y = 2500$$

$$x^2 - 100x + 4 \cdot (y^2 - 100y) = -2500$$

$$(x - 50)^2 + 4 \cdot (y - 50)^2 - 12500 = -2500$$

$$(x - 50)^2 + 4 \cdot (y - 50)^2 = 10000$$

$$\frac{(x - 50)^2}{100^2} + \frac{(y - 50)^2}{50^2} = 1$$

Niveaukurven $N(2500)$ er en ellipse med centrum i $(50, 50)$ og halvaksler $a = 100$ og $b = 50$.