



MINISTERIET FOR
BØRN, UNDERVISNING
OG LIGESTILLING
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Højere handelseksamen

Tirsdag den 15. december 2015
kl. 9.00 - 14.00

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 13 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes. I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

laptop

pizza

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1

a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

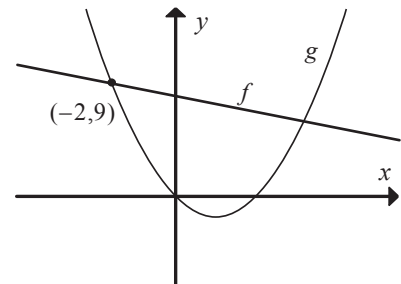
- $\text{Dm}(f) =]-5, 8[$
- $\text{Vm}(f) = [-3, 7]$
- f har globalt minimum i punktet $(2, -3)$
- f har netop to nulpunkter

Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 2

På figuren er vist graferne for $f(x) = -0,5x + 8$ og $g(x) = x^2 - 2,5x$.

a) Gør rede for, at graferne skærer hinanden i punktet $(-2, 9)$ og bestem koordinaterne til det andet skæringspunkt mellem graferne.



Opgave 3

a) Bestem integralet $\int_0^1 (12x^3 + 6x^2 - 4x) dx$.

Opgave 4

a) Gør rede for, at funktionen f med forskriften

$$f(x) = 2x^2 + 2x$$

er en løsning til differentialligningen $4y - 2x = 2x \cdot (y' + 1)$.

Opgave 5

Hvis der er en lineær sammenhæng $P(x) = ax + b$ mellem prisen P på en vare og afsætningen x af varen, så er grænseomsætningen G givet som den lineære funktion, der skærer y -aksen i samme værdi som P , men har den dobbelte hældning dvs.

$$G(x) = 2ax + b$$

Nulpunktet for grænseomsætningen er den afsætning x_0 , der giver maksimal omsætning.

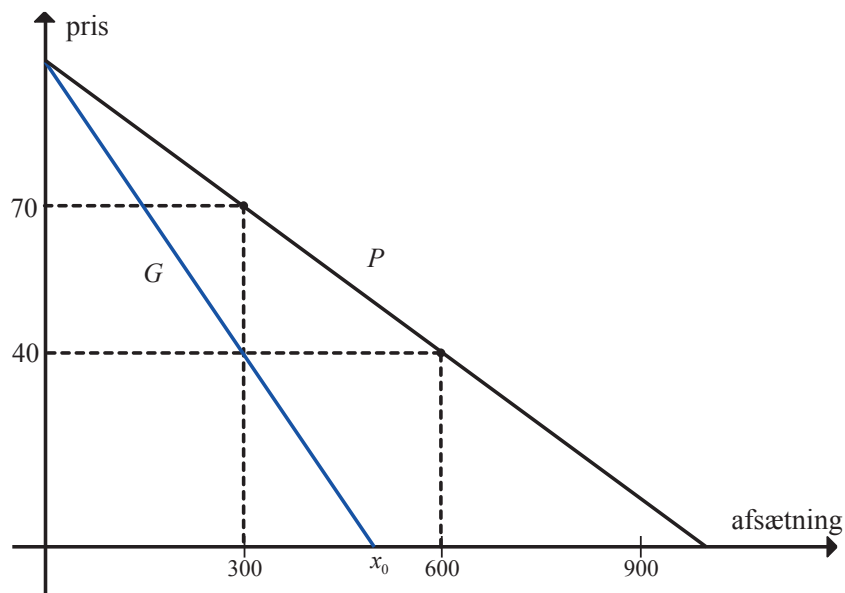
For en bestemt vare gælder:

Ved en afsætning på 300 stk. er prisen 70 kr. pr. stk.

Ved en afsætning på 600 stk. er prisen 40 kr. pr. stk.

Afsætning pr. stk., x	300	600
Prisen i kr., $P(x)$	70	40

- a) Bestem forskriften for prisfunktionen P , og bestem den afsætning x_0 , der giver maksimal omsætning.



Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Grafen for funktionen

$$f(x) = 5x \cdot \ln(x) \quad , \quad x > 0$$

har netop én vandret tangent. Røringspunktet til denne tangent skal bestemmes.

a) Forklaringer til nedenstående udregninger skal gives. Bilag 2 kan benyttes.

$$f'(x) = 0$$

$$5\ln(x) + 5 = 0$$

$$\ln(x) = -1$$

$$x = e^{-1}$$

$$\text{Røringspunkt } (0,37 ; -1,84)$$

Grafen for funktionen $g(x) = K \cdot x \cdot \ln(x)$, hvor K er en konstant, har netop én vandret tangent.b) Bestem x -koordinaten til røringspunktet til denne, benyt evt. et CAS-værktøj.

Opgave 7

I en undersøgelse lavet af Kompas Kommunikation for 3-STJERNET A/S om danskernes madvaner er der bl.a. blevet stillet spørgsmålet

”Hvor tit spiser du pizza (enten hjemmelavet eller fra pizzeria/restaurant)?”

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *pizza*.

Svar	Beskæftigelse
Sjældent	Fuldtidsansat
Aldrig	Studerende
Månedligt	Fuldtidsansat
:	:

- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra undersøgelsen.

	Arbejdsløs	Deltidsansat	Fuldtidsansat	Pensionist	Studerende	Total
Aldrig						
Månedligt						
Sjældent						
Ugentligt						
Total						1320

3-STJERNET A/S ønsker at undersøge, om der er en sammenhæng mellem danskernes svar på spørgsmålet og deres beskæftigelse.

- b) Opstil en hypotese, der kan anvendes til at teste denne sammenhæng og test hypotesen med et signifikansniveau på 5%.

Kilde: 3-STJERNET A/S

Opgave 8

Funktionen f er en løsning til differentialligningen

$$y' = 0,001 \cdot y \cdot (200 - y)$$

og $f(0) = 30$.

- a) Tegn grafen for f og løs ligningen $f(x) = 120$.

Opgave 9

En ekspedient hos en elektronikforhandler påstår, at prisen på en bærbar pc ikke hænger sammen med skærmstørrelsen, men at forskellige andre faktorer har indflydelse på prisen.

For at undersøge ekspedientens påstand er der udtaget en stikprøve på 60 bærbare pc'ere fra hjemmesiden edbpriser.dk.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *laptop*.

Skærmstørrelse (i tommer)	Pris (i kr.)
17,3	3429
13,3	3695
12,5	7213
:	:



Lad x angive skærmstørrelse i tommer og lad y angive pris i kr.

- Lav et xy -plot af skærmstørrelse x og pris y .
- Opstil en lineær regressionsmodel $y = a \cdot x + b$ og bestem residualerne.
- Angiv et 95%-konfidensinterval for hældningen a .
- Kommentér ekspedientens påstand på baggrund af dine svar på spørgsmål a), b) og c).

Kilde: edbpriser.dk

Opgave 10

I Børsen kunne man læse, at gennem det seneste år var 56% af alle danske aktier steget i værdi.

En kunde havde købt 15 forskellige danske aktier.

- Bestem det forventede antal aktier, der er steget i værdi.
- Bestem sandsynligheden for, at alle 15 aktier var steget i værdi.



Kilde: Borsen.dk

Opgave 11

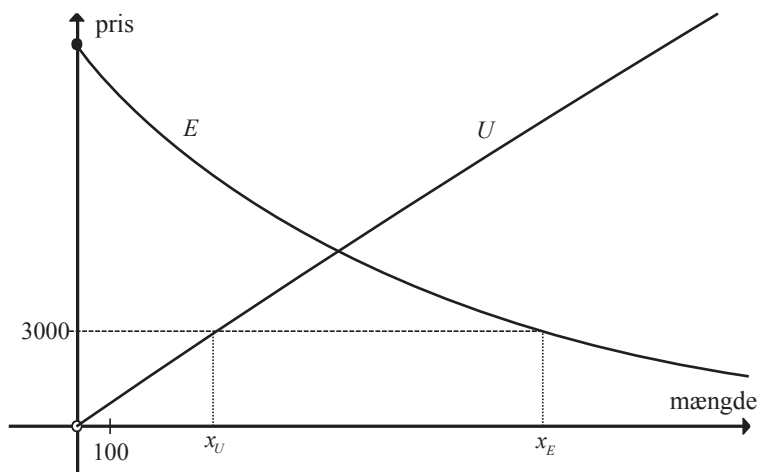
Sammenhængen mellem pris og det indenlandske udbud U og sammenhængen mellem pris og den indenlandske efterspørgsel E for en bestemt vare i et land er givet ved funktionerne

$$U(x) = 10x^{0,95} \quad , \quad 0 < x \leq 2000$$

$$E(x) = 12000 \cdot 0,999^x \quad , \quad 0 \leq x \leq 2000$$

hvor $E(x)$ og $U(x)$ angiver pris i kr. ved en mængde på x stk.

Størrelsen af importen M ved en given pris er givet som forskellen mellem den indenlandske efterspurgte mængde x_E og den indenlandske udbudte mængde x_U dvs. $M = x_E - x_U$.

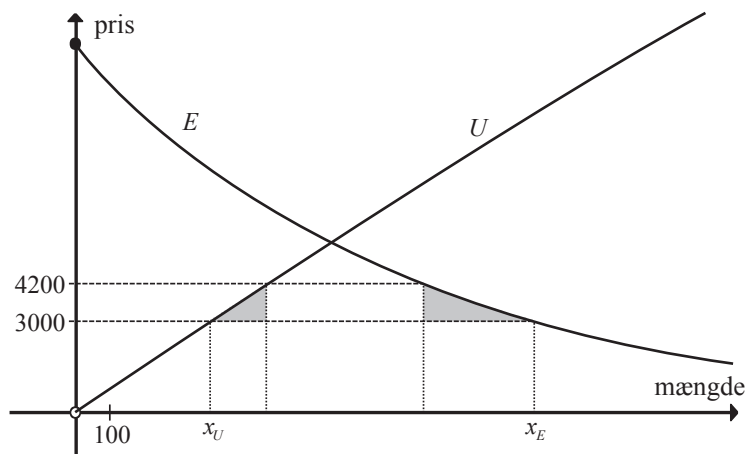


- a) Bestem størrelsen af importen M ved en pris på varen på 3000 kr.

Varen pålægges nu en told på 1200 kr. oven i prisen på 3000 kr.

Ved at pålægge varen en told bliver afsætningen mindre og prisen højere, derfor kommer der et samfundsmæssigt tab. Det samfundsmæssige tab kan beregnes som summen af de to grå arealer i nedenstående figur.

- b) Bestem det samfundsmæssige tab ved at pålægge en told på 1200 kr. oven i prisen på 3000 kr.



Opgave 12

En maskinfabrik producerer og sælger to typer maskiner til at bearbejde metal. Type 1 HORISONT og type 2 VERTIKAL.

Produktionen af de to maskiner gennemløber tre produktionsprocesser: *fræsning*, *drejning* og *montage*.

Til *fræsning* bruges der 2,5 timer til en HORISONT og 5 timer til en VERTICAL. Til *fræsning* er der 30 timer til rådighed.

Til *drejning* bruges der 6 timer til en HORISONT og 3 timer til en VERTICAL. Til *drejning* er der 36 timer til rådighed.

Til *montage* bruges der 20 timer til både HORISONT og VERTICAL. Til *montage* er der 140 timer til rådighed.

Dækningsbidraget for en HORISONT er 6000 kr. og for en VERTICAL 9000 kr.

- a) Bestem en forskrift for det samlede dækningsbidrag $f(x, y) = a \cdot x + b \cdot y$, og tegn polygonområdet givet ved betingelserne fra produktionsprocesserne.
- b) Bestem det antal HORISONT og det antal VERTICAL, der giver maskinfabrikken det største dækningsbidrag.
- c) Bestem hvor meget dækningsbidraget for HORISONT kan stige, for at løsningen i b) ikke længere er den optimale.

**Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 13A

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x) = 0,5x^2 + 2x + \cos(x) \quad , \quad -10 \leq x \leq 10$$

Funktionen kan beskrives ved følgende analysepunkter:

nulpunkter
fortegnsvariation
monotoniforhold
ekstrema
vendetangenter

- a) Beskriv funktionen f ved hjælp af 2 af ovenstående analysepunkter.

Grafen for f har en tangent t med hældningen 2.

- b) Bestem ligningen for t .

Opgave 13B

En fond har en formue på 5 mio. kr. den 1. januar. Hvert år den 1. august udbetaler fonden 150000 kr. i legater. Der er en månedlig forrentning på fondens formue på 0,28%.

- a) Undersøg, om fondens formue vokser eller aftager med tiden.
- b) Hvor stort et beløb kan der maksimalt udbetales årligt den 1. august, uden at fondens formue bliver mindre med tiden?

Opgave 13C

En funktion af to variable er givet ved forskriften

$$f(x, y) = -0,2x^2 + 60x - 0,4y^2 + 80y + 8000$$

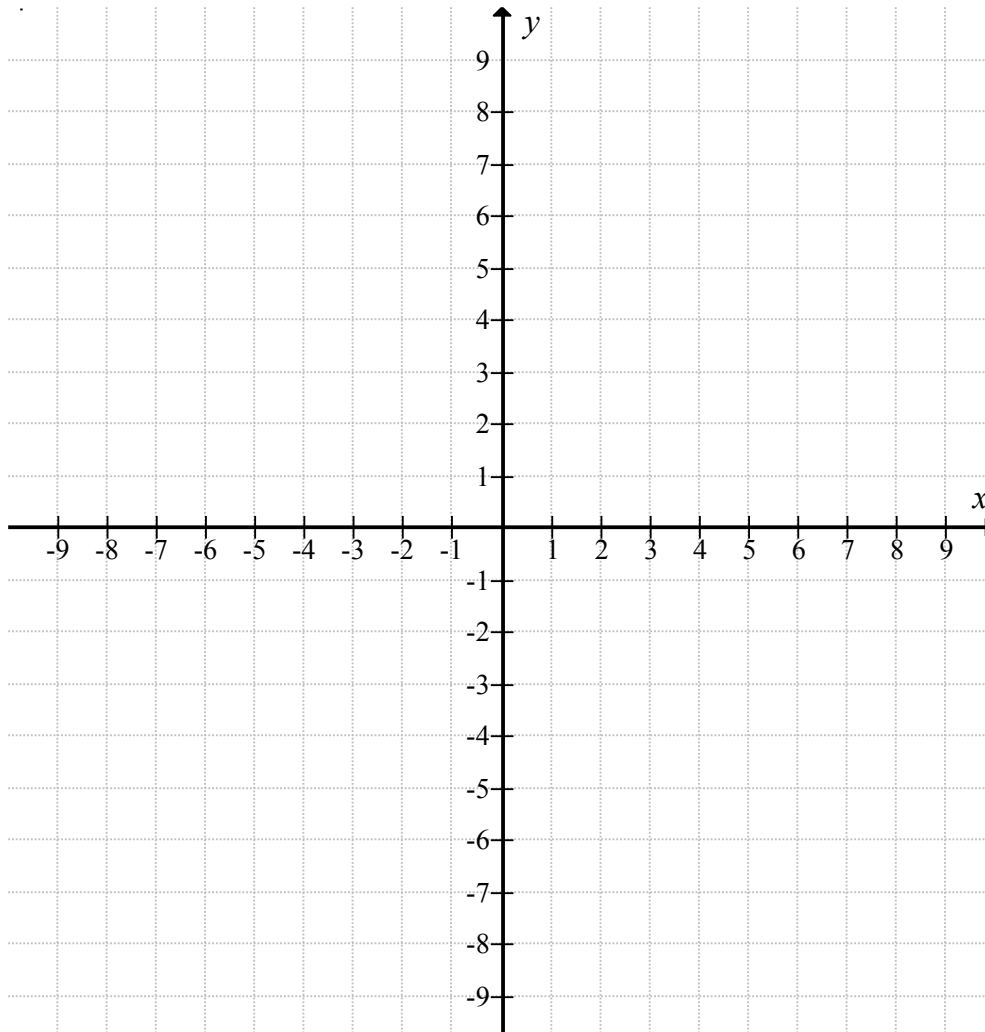
Funktionen er begrænset af polygonområdet defineret af ulighederne

$$20 \leq x \leq 200$$
$$50 \leq y \leq 180$$

- a) Gør rede for, at niveaukurverne $N(t): f(x, y) = t$ er ellipser, når $t < 16500$.
- b) Bestem størsteværdien af f inden for polygonområdet.

Bilag 1 til opgave 1

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:



Bilag 2 til opgave 6

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:

$$f'(x) = 0$$

$$5\ln(x) + 5 = 0$$

$$\ln(x) = -1$$

$$x = e^{-1}$$

Røringspunkt (0,37 ; -1,84)
