



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Højere handelseksamen

Gammel ordning

Fredag den 17. august 2018
kl. 9.00-14.00

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 12 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.
I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

levealder

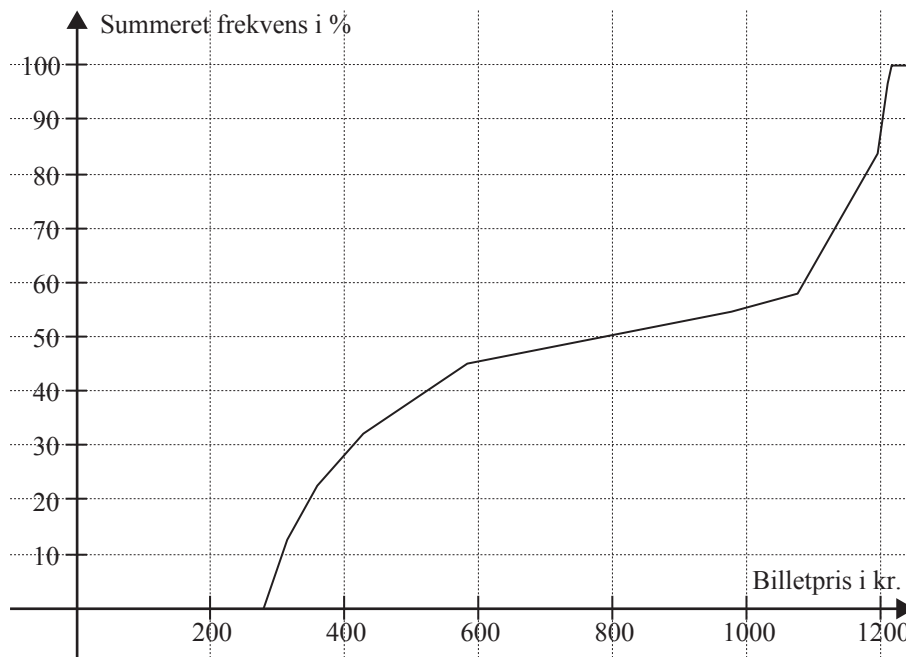
revisor

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1

De daglige billetpriser fra København til Milano med fly i maj måned (31 dage) år 2018 er analyseret og illustreret i en sumkurve vist herunder, hvor x -aksen angiver den daglige billetpris i kr. og y -aksen angiver den summerede frekvens.



- a) Bestem medianen og bestem den andel af billetpriserne fra København til Milano, der i maj måned 2018 var dyrere end 1000 kr.

Kilde <http://www.momondo.dk/flightsearch>

Opgave 2

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 3x^2 - 8x + 5$$

- a) Bestem den stamfunktion F til f , hvis graf går gennem punktet $P(2,9)$.

Opgave 3

En funktion f er bestemt ved forskriften

$$f(x) = x^3 + 10, \quad x > 0$$

- a) Undersøg, om f er en løsning til differentialligningen $\frac{y'}{3} = \frac{y-10}{x}$.

Opgave 4

En virksomhed køber en robot, hvis værdi afskrives lineært $V(t) = a \cdot t + b$.
Efter 3 år er værdien 400000 kr., og efter 7 år er værdien 260000 kr.

t	3	7
$V(t)$	400000	260000

- a) Bestem forskriften for V , og bestem efter hvor mange år værdien af robotten er nedskrevet til 50000 kr.

Opgave 5

En virksomhed sælger en vare, og omsætningen R kan beskrives ved funktionen

$$R(x) = -0,25x^2 + 162x, \quad 0 \leq x \leq 600$$

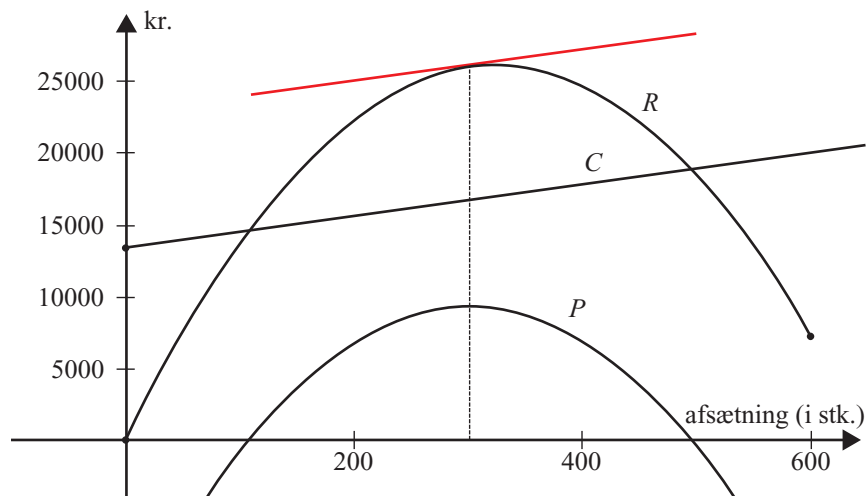
hvor x er afsætningen i stk.

Omkostningerne C kan beskrives ved funktionen

$$C(x) = 11x + 13400, \quad x \geq 0$$

Overskuddet P er størst ved den afsætning, hvor $C'(x) = R'(x)$.

- a) Bestem den afsætning, som giver det største overskud.



Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00

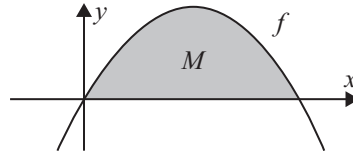
Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

I koordinatsystemet er vist grafen for en funktion $f(x) = -a \cdot x^2 + a \cdot x$, der afgrænser et område M .

Nedenfor er arealet af området M bestemt for $a = 2$.



a) Forklaringer til linjerne 2) til 7) skal gives.

1) $f(x) = 0$

Funktionens nulpunkter skal bestemmes for at få grænserne til integrationen.

2) $-2x^2 + 2x = 0$

3) $x \cdot (-2x + 2) = 0$

4) $x = 0 \vee x = 1$

5) $M = \int_0^1 (-2x^2 + 2x) dx$

6) $M = \left[-\frac{2}{3}x^3 + x^2 \right]_0^1$

7) $M = \frac{1}{3}$

b) Bestem den værdi af a , som giver området M et areal på 5.

Opgave 7

FN indsamler hvert år økonomiske, sociale og demografiske data fra sine medlemslande.

Filen *levealder* indeholder et udsnit af data fra 2015.

Land	BNP pr. indbygger (i USD)	Gennemsnitlig levealder
Albanien	3965	77,9
Argentina	13432	77,0
:	:	:

- a) Lav et xy -plot af data og opstil en lineær regressionsmodel $y = a \cdot x + b$, mellem BNP pr. indbygger x og gennemsnitlig levealder y .

I Nepal var BNP 732 USD pr. indbygger i 2015.

- b) Bestem den forventede gennemsnitlige levealder i Nepal ifølge modellen.
c) Bestem et konfidensinterval for hældningen a .

I en rapport fra WHO kan følgende udsagn læses: ”BNP har en afgørende indflydelse på levealderen”.

- d) Kommentér WHO's udsagn ud fra dine svar på spørgsmålene a) og c).

*Kilder: globalis.dk & imf.org &
”Closing the gap in a generation.
Social determinants og health”.*

Opgave 8

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 75 \cdot \ln(x) - 25x^3 + 50, \quad x > 0$$

- a) Bestem monotoniforhold og ekstrema for f .
b) Gør rede for, at grafen for f ikke har en vendetangent.

Opgave 9

Foreningen af danske revisorer FSR og revisionsfirmaet Beierhold A/S har foretaget en stikprøve af 750 virksomheders konkursstatus. De 750 virksomheders regnskaber er gennemset, og revisorerens konklusioner er registreret sammen med virksomhedens konkursstatus.

Disse konklusioner er delt op i 4 kategorier efter graden af problemer i regnskabet ifølge revisoren: Uden forbehold, med forbehold, ikke retvisende og ingen konklusion. Ingen konklusion gives af revisoren, såfremt revisoren er ude af stand til at vurdere, om oplysningerne i årsregnskabet er retvisende.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *revisor*.

Konklusion	Konkursstatus
Uden forbehold	Ikke konkurs
Ikke retvisende	Konkurs
Med forbehold	Ikke konkurs
:	:



FSR og Beierholm A/S ønsker at undersøge revisorerens evne til at forudsige konkurser, dvs. om der er sammenhæng mellem revisorerens konklusioner og virksomhedernes konkurssituation.

- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra undersøgelsen og opstil en hypotese, der kan anvendes til at teste dette.

	Ikke konkurs	Konkurs	Total
Ikke retvisende			
Ingen konklusion			
Med forbehold			
Uden forbehold			
Total			750

- b) Test hypotesen med et signifikansniveau på 5%.

Kilde:fsr.dk

Opgave 10

For en vare gælder, at efterspørgslen er givet ved

$$E(x) = -2x + 1850 \quad , \quad 0 \leq x \leq 900$$

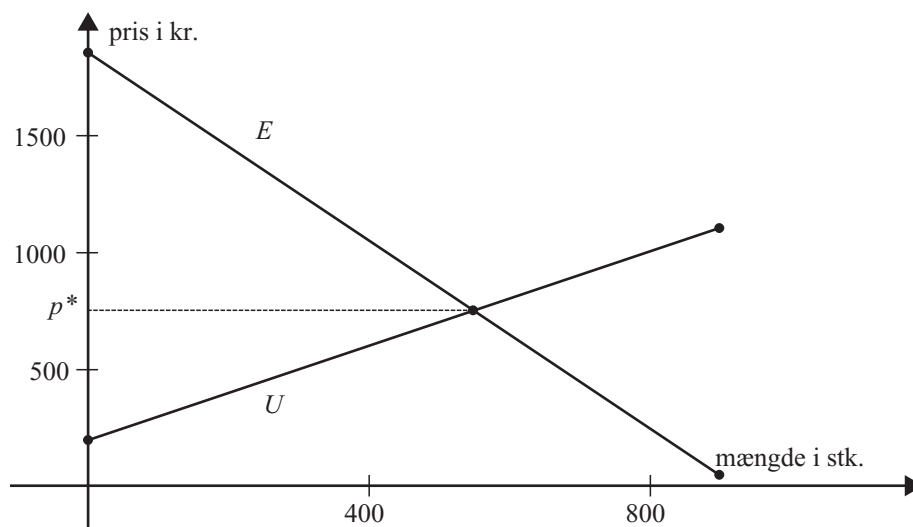
hvor x er mængden, og $E(x)$ er prisen.

For samme vare er udbuddet givet ved

$$U(x) = x + 200 \quad , \quad 0 \leq x \leq 900$$

hvor x er mængden, og $U(x)$ er prisen.

Markedet er i ligevægt, når efterspørgslen og udbuddet er lige store. Ligevægtsprisen p^* er vist på grafen.



- Gør rede for, at markedet ikke er i ligevægt, når prisen er 400 kr.
- Bestem ligevægtsprisen p^* .

Hvis prisudviklingen på markedet over tid betragtes, så vil prisen $p(t)$ nærme sig ligevægtsprisen p^* . Dermed bliver ændringen i prisen proportional med forskellen mellem prisen og ligevægten, det vil sige at den opfylder differentialligningen

$$p'(t) = a \cdot (p^* - p(t))$$

Antag, at proportionalitetsfaktoren er $a = 0,05$, og at prisen til tiden $t = 0$ er 400 kr. dvs. $p(0) = 400$.

- Bestem forskriften for p og tegn grafen i et passende koordinatsystem.

Opgave 11

En virksomhed producerer og sælger to produkter *TRAX* og *SLUX*. Det samlede dækningsbidrag pr. uge ved salg af x stk. *TRAX* og y stk. *SLUX* er givet ved

$$DB(x, y) = -20x^2 + 1200x - 20y^2 + 2400y \quad , \quad 0 \leq x \leq 80 \quad , \quad 0 \leq y \leq 90$$

- a) Gør rede for, at $N(40000)$ er en cirkel.

Virksomheden har knap kapacitet med hensyn til kobber og aluminium, som indgår i produktionen af de to produkter.

Der bruges 2 kg kobber i produktionen af et stk. *TRAX* og 2 kg kobber i produktionen af et stk. *SLUX*. Samlet råder virksomheden over 120 kg kobber pr. uge.

Der anvendes 30 kg aluminium til produktionen af et stk. *TRAX* og 10 kg aluminium til et stk. *SLUX*. Samlet råder virksomheden over 1600 kg aluminium pr. uge.

- b) Bestem den produktion af *TRAX* og *SLUX*, der giver det største samlede ugentlige dækningsbidrag.

Virksomheden får mulighed for at købe 60 kg kobber ekstra om ugen.

- c) Hvilken pris pr. kg. kobber må virksomheden højst betale, hvis det samlede ugentlige dækningsbidrag ikke skal blive mindre?

**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 12A

En virksomhed forhandler en sæsonbetonet vare.

Den daglige omsætning kan beskrives ved funktionen

$$R(t) = 5200 \cdot \sin(0,0172 \cdot t - 1,6) + 7600 \quad , \quad 0 \leq t \leq 365$$

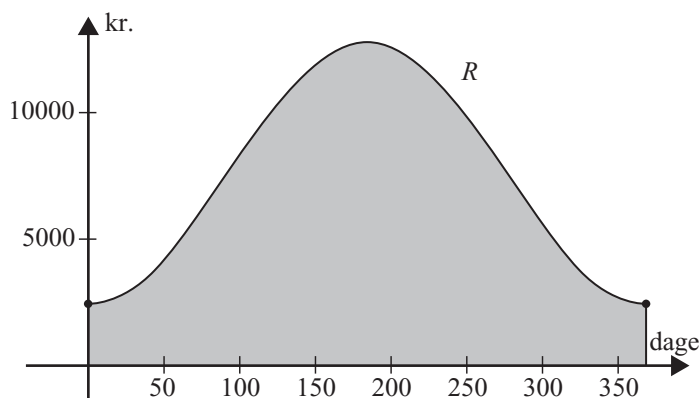
hvor t er tiden målt i dage, og $R(t)$ er den daglige omsætning i kr.



- a) Bestem $R'(t)$ og brug denne til at bestemme den dag, hvor omsætningen er størst.

Den samlede årlige omsætning kan bestemmes som arealet under grafen, vist som det grå område på figuren.

- b) Bestem den samlede årlige omsætning.



Opgave 12B

En mindefond genererer et overskud fra et håndboldstævne hvert år i juledagene. De seneste 3 år har overskuddet set ud som vist i tabellen. Renten er fast 2% p.a. og tilskrives årligt.

Saldo den 1. jan 2015	253000 kr.
Overskud den 1. jan 2016	16000 kr.
Overskud den 1. jan 2017	13000 kr.
Overskud den 1. jan 2018	9500 kr.

- a) Bestem mindefondens saldo efter indbetalingen af det seneste overskud 1. januar 2018.

Mindefonden indstiller sine aktiviteter pga. manglende tilslutning til stævnet og ønsker at udbetale pengene til den lokale håndboldklub. Pengene skal udbetales med 20000 kr. hvert år, første gang 1. januar 2019. Renten er fortsat 2% p.a.

- b) Bestem hvor mange gange fonden kan udbetale beløbet på 20000 kr. og bestem saldoen på mindefonden efter disse udbetalinger.

Opgave 12C

En virksomhed producerer to forskellige slags terrassevarmere. En væghængt model COSY og en bordmodel HEATY.

Dækningsbidrag pr. stk. COSY er 400 kr., og dækningsbidraget pr. stk. HEATY er 200 kr.

Produktionen foregår i tre forskellige processer: produktion, test og pakning.

I produktionsafdelingen tager et stk. COSY $\frac{3}{2}$ time, mens et stk. HEATY tager $\frac{1}{2}$ time.

Samlet er der 10500 timer til rådighed pr. år i produktionsafdelingen.

I testafdelingen tager et stk. COSY $\frac{1}{3}$ time, mens et stk. HEATY tager $\frac{1}{2}$ time.

Samlet er der 3500 timer til rådighed pr. år i testafdelingen.

I pakkeafdelingen tager et stk. COSY $\frac{1}{12}$ time, mens et stk. HEATY tager $\frac{1}{4}$ time.

Samlet er der 1500 timer til rådighed pr. år i pakkeafdelingen.

- Bestem den produktion af COSY og HEATY, der giver virksomheden det størst mulige samlede årlige dækningsbidrag.
- Bestem hvor meget dækningsbidraget pr. stk. HEATY skal ændres, for at løsningen i a) ikke længere er optimal.

