



UNDERVISNINGS  
MINISTERIET  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik A

---

Højere handelseksamen

Torsdag den 17. august 2017  
kl. 9.00-14.00

## Matematik A

Prøven består af to delprøver.

**Delprøven uden hjælpemidler** består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.  
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

**Delprøven med hjælpemidler** består af opgave 6 til 12 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes. I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

*dagligvarer*

*meat*

### Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

#### Opgave 1

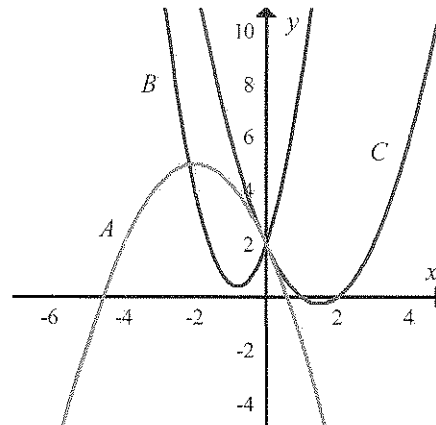
I koordinatsystemet ses graferne for tre andengradspolynomier

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

$$g(x) = a \cdot x^2 + 4x + 2$$

$$h(x) = -0,75x^2 - 3x + c$$

- a) Gør rede for hvilken graf, der hører til henholdsvis  $f$ ,  $g$  og  $h$ .



#### Opgave 2

Ved produktionen af varen  $A$  er sammenhængen mellem afsætning og salgspris pr. stk. givet ved en lineær funktion

$$S(x) = ax + b$$

hvor  $x$  er den ugentlige afsætning, og  $S(x)$  er salgsprisen pr. stk.

Når salgsprisen er 50 kr. pr. stk., kan der afsættes 30 stk. om ugen, og når salgsprisen er 45 kr. pr. stk., kan der afsættes 40 stk. om ugen.

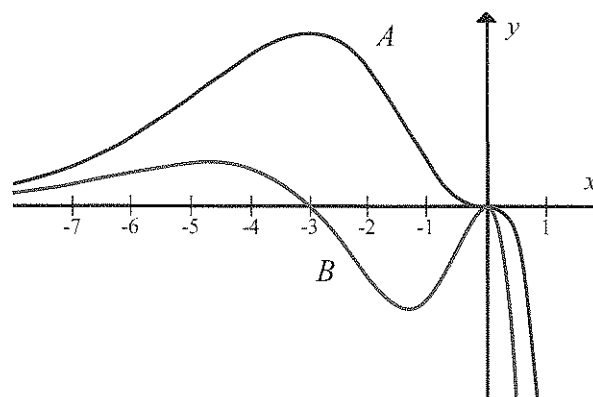
Ugentlig afsætning $x$	30	40
Salgspris pr. stk. $S(x)$	50	45

- a) Bestem en forskrift for  $S$  og bestem den ugentlige afsætning, hvis salgsprisen er 55 kr. pr. stk.

#### Opgave 3

Graferne for funktionerne  $f$  og  $f'$  er vist i figuren.

- a) Gør rede for hvilken af graferne  $A$  eller  $B$ , der er grafen for  $f'$ .



### Opgave 4

a) Gør rede for, at funktionen  $f$  med forskriften

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$$

er en løsning til differentialligningen  $\frac{dy}{dx} + 4x = 3x^2$ .

### Opgave 5

For en vare er sammenhængen mellem efterspørgsel og pris bestemt ved funktionen

$$D(x) = 3x^2 - 80x + 600 \quad , \quad 0 \leq x \leq 13$$

hvor  $x$  angiver den efterspurgte mængde i 1000 stk. og  $D(x)$  den tilsvarende pris pr. stk.

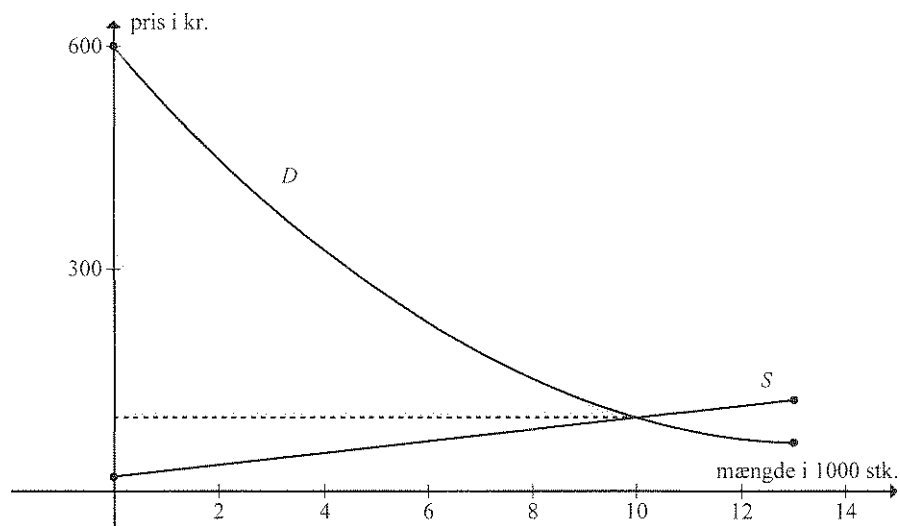
Sammenhængen mellem udbud og pris for den samme vare er bestemt ved funktionen

$$S(x) = 8x + 20 \quad , \quad 0 \leq x \leq 13$$

hvor  $x$  angiver den udbudte mængde i 1000 stk., og  $S(x)$  den tilsvarende pris pr. stk.

Skæringspunktet mellem graferne for  $D$  og  $S$  angiver ligevægtsmængden og ligevægtsprisen. Ligevægtsmængden er 10000 stk. svarende til  $x = 10$ .

Forbrugeroverskuddet kan bestemmes som arealet af det grå område vist i figuren.



a) Bestem forbrugeroverskuddet.

Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00

## Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

## Opgave 6

Det optimale antal producenter  $n^*$  af en bestemt varetype inden for en branche kan bestemmes som det antal producenter, hvor de gennemsnitlige omkostninger  $TE$  er lig med varens pris  $P$ .

Formlerne til at bestemme  $TE$  og  $P$  er

$$TE = \frac{FO}{S} \cdot n + c, \quad P = c + \frac{1}{n \cdot b}$$

hvor  $n > 0$ ,  $b > 0$  og  $S > 0$ .

$n^*$  bestemmes som løsningen til ligningen

$$\frac{FO}{S} \cdot n + c = c + \frac{1}{n \cdot b}$$

Nedenfor bestemmes det optimale antal producenter af en bestemt varetype i en konkret branche, hvor

$$FO = 600000, \quad S = 120000, \quad c = 25000, \quad b = \frac{1}{245}$$

a) Forklaringer til udregningerne skal gives. Benyt evt. bilag 1.

$$5n + 25000 = 25000 + \frac{245}{n}$$

$$5n = \frac{245}{n}$$

$$5n^2 = 245$$

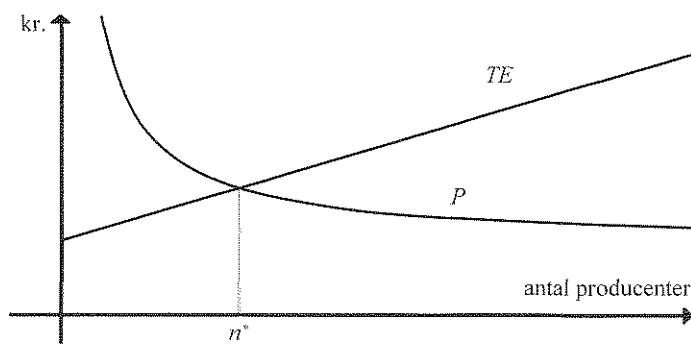
$$n = \pm 7$$

**Faktaboks:**

$FO$ : Faste omkostninger  
 $S$ : Det samlede salg af varen  
 $c$ : Grænseomkostninger  
 $b$ : Branchekonstant

Det optimale antal producenter i den konkrete branche er  $n^* = 7$ , da  $n > 0$ .

b) Bestem et generelt udtryk for  $n^*$  i en vilkårlig branche. Benyt evt. et CAS-værktøj.



### Opgave 7

En virksomhed introducerer et nyt produkt på markedet. Salget i 1000 stk. pr. måned af produktet antages at følge en traditionel PLC-kurve. Salget af produktet kan beskrives ved en funktion med forskriften

$$PLC(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 12x^2 - 23x + 100 \quad , \quad 1 < x \leq 32$$

hvor  $x$  er antal måneder efter introduktionen, og  $PLC(x)$  er salget i 1000 stk.  $x$  måneder efter introduktionen.

- a) Tegn grafen for  $PLC$  og bestem det månedlige salg 9 måneder efter introduktionen.
- b) Bestem det største månedlige salg i stk. efter introduktionen.

Grafen for  $PLC$  har en tangent  $t$  i det punkt, hvor  $PLC''(x) = 0$ . Dette punkts  $x$ -koordinat angiver det antal måneder efter introduktionen, hvor væksten i salget er størst.

- c) Bestem det tidspunkt, hvor væksten er størst og bestem ligningen for tangenten  $t$ .

### Opgave 8

Jette indsætter den 1. januar 2013 et beløb på en konto i sin bank. Den 1. januar 2016 står der 8316,07 kr. på kontoen. Banken giver en årlig rente på 1,3 %.

- a) Bestem det beløb, der blev sat ind på kontoen den 1. januar 2013.

Den 1. januar 2016 indsætter Jette yderligere 2000 kr. på samme konto. Den årlige rente ændres 1. januar 2016 til 0,8 % p.a.

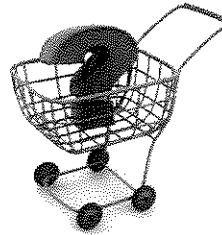
- b) Bestem det samlede beløb på kontoen den 1. januar 2017.

### Opgave 9

En supermarkeds kæde vil åbne en butik i et område og undersøger hvor stort et beløb, en indbygger i området bruger på dagligvarer. Supermarkeds kæden ønsker at sammenholde det ugentlige forbrug med den månedlige indkomst.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data. Samtlige data findes i filen *dagligvarer*.

Månedlig indkomst i kr.	Ugentligt forbrug på dagligvarer i kr.
26328	3330
26863	3865
27348	2934
:	:



- Lav en grafisk præsentation, som beskriver fordelingen af det ugentlige forbrug på dagligvarer.
- Bestem 3 statistiske deskriptorer for såvel den månedlige indkomst som for det ugentlige forbrug på dagligvarer.
- Lav et  $xy$ -plot af sammenhængen mellem månedlig indkomst  $x$  og ugentligt forbrug på dagligvarer  $y$  og opstil en lineær regressionsmodel  $f(x) = a \cdot x + b$ , der beskriver denne sammenhæng.
- Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten  $a$ .
- Skriv en sammenfatning af dine svar på spørgsmålene a), b), c), og d) til supermarkeds kæden.

### Opgave 10

En virksomhed antager, at det antal personer  $Q$ , der har set en reklame har en vækstrate på 5% pr. dag de første 30 dage efter lanceringen, dvs.

$$\frac{dQ}{dt} = 0,05Q$$

Det antages, at dagen efter lanceringen har 20 mennesker set reklamen dvs.,  $Q(1) = 20$ .

- Bestem løsningen til differentialligningen.



## Opgave 11

En virksomhed producerer og sælger en vare i to modeller, LÆDER og VINYL.

For modellen LÆDER gælder, at prisen er givet ved

$$p_1(x) = -0,25x + 200 \quad , \quad 100 \leq x \leq 720$$

hvor  $x$  er afsætningen i stk., og  $p_1(x)$  er salgsprisen i kr. pr. stk.

For modellen VINYL gælder, at prisen er givet ved

$$p_2(y) = -0,75y + 470 \quad , \quad 0 \leq y \leq 600$$

hvor  $y$  er afsætningen i stk., og  $p_2(y)$  er salgsprisen i kr. pr. stk.

De variable enhedsomkostninger ( $VE$ ) er 20 kr. pr. stk. for begge modeller.

Dækningsbidraget for en vare bestemmes som

$$\text{dækningsbidrag} = (\text{salgspris} - VE) \cdot \text{afsætning}$$

a) Bestem forskriften for det samlede dækningsbidrag.

Virksomheden har en samlet kapacitet på 1000 stk. om ugen, dvs.  $x + y \leq 1000$ .

b) Gør rede for, at niveaukurven  $N(69900)$  er en ellipse og tegn denne i et koordinatsystem sammen med polygonområdet.

c) Bestem det størst mulige samlede dækningsbidrag.



**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.  
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

### Opgave 12A

Kompas Kommunikation har lavet en undersøgelse om danskernes madvaner. Et af spørgsmålene er formuleret således:

#### Spørgsmål 25

Sidste år satte verdenssundhedsorganisationen WHO forarbejdet kød (fx bacon, kødpålæg og pølser) på listen over ting, som potentielt kan give kræft. Har denne risiko påvirket dit forbrug af kødpålæg?

- a. Ja, jeg er holdt op / vil holde op med at spise kødpålæg
- b. Ja, jeg har skåret ned / vil skære ned på mit forbrug af kødpålæg
- c. Ja, jeg overvejer at skære ned på mit forbrug af kødpålæg
- d. Nej, men jeg vil overveje at skære ned på mit forbrug af kødpålæg efter denne oplysning
- e. Nej, men jeg har skåret ned/er holdt op med at spise kødpålæg af andre årsager
- f. Nej, jeg har ikke ændret mit forbrug af kødpålæg og kommer heller ikke til det
- g. Ved ikke

Data fra undersøgelsen findes i filen *meat*.

- a) Opstil en tabel som nedenstående og bestem andelen i undersøgelsen, der overvejende svarer Ja til spørgsmål 25, dvs. dem der svarer a, b eller c.

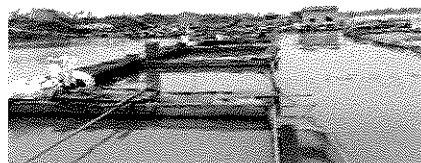
Spørgsmål 25	Total
a. Ja, jeg er holdt op / vil holde op med at spise kødpålæg	
b. Ja, jeg har skåret ned / vil skære ned på mit forbrug af kødpålæg	
c. Ja, jeg overvejer at skære ned på mit forbrug af kødpålæg	
d. Nej, men jeg vil overveje at skære ned på mit forbrug af kødpålæg efter denne oplysning	
e. Nej, men jeg har skåret ned/er holdt op med at spise kødpålæg af andre årsager	
f. Nej, jeg har ikke ændret mit forbrug af kødpålæg og kommer heller ikke til det	
g. Ved ikke	
<b>Total</b>	<b>1037</b>

- b) Bestem et 95%-konfidensinterval for andelen af danskere, der overvejende svarer Ja til spørgsmål 25.

*Kilde: Kompas kommunikation*

### Opgave 12B

Hans Salmonsens arver et nedlagt dambrug og overvejer at opdrætte regnbueørreder (*Oncorhynchus mykiss*) & guldørreder (*Oncorhynchus aguabonita*) til videresalg til Put & Take-søer.



Dambruget rummer maksimalt  $420 \text{ m}^3$  vand og får tilført  $20 \text{ m}^3$  frisk vand pr. dag fra en å, som støder op til dambruget.

Ørrederne skal bruge en vis mængde plads og en tilførsel af frisk vand til dammene for at trives, vokse og undgå sygdomme. Skemaet herunder viser kravene anført pr. kg fisk

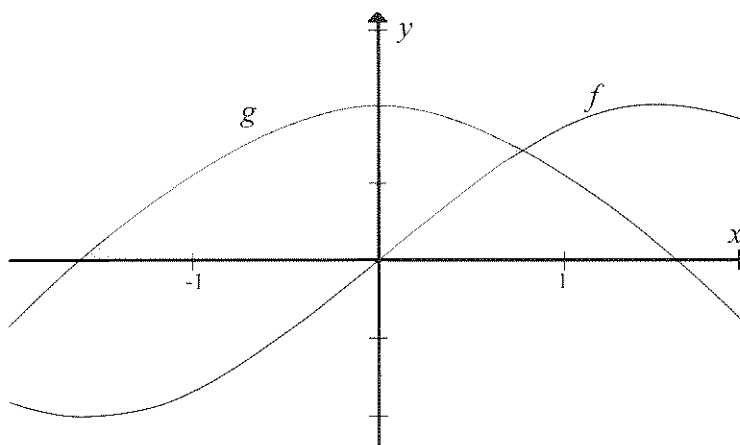
Ørredart	Regnbue	Guld	Kapacitet
Plads	$0,4 \text{ m}^3$ pr. kg	$0,6 \text{ m}^3$ pr. kg	$420 \text{ m}^3$
Tilførsel af frisk vand	$0,020 \text{ m}^3$ pr. kg	$0,025 \text{ m}^3$ pr. kg	$20 \text{ m}^3$ pr. dag
Dækningsbidrag	42 kr. pr. kg	67 kr. pr. kg	

Ved videresalg af ørrederne er dækningsbidraget 42 kr. pr. kg regnbueørred og 67 kr. pr. kg guldørred.

- Hvor mange kg regnbueørred og hvor mange kg guldørred skal Hans producere for at få maksimalt dækningsbidrag?
- Hvor meget kan dækningsbidraget for guldørred falde, for at det optimale antal fundet i spørgsmål a) ikke ændrer sig?

### Opgave 12C

Nedenfor er graferne for  $f(x) = \sin(x)$  og  $g(x) = \cos(x)$  vist.



- Bestem arealet af det grå område
- Gør rede for, at  $y = -x + \pi$  er en tangent til en af graferne.

## Bilag 1 til opgave 6

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:

$$5n + 25000 = 25000 + \frac{245}{n}$$

---

$$5n = \frac{245}{n}$$

---

$$5n^2 = 245$$

---

$$n = \pm 7$$

---

Det optimale antal producenter i den konkrete branche er  $n^* = 7$ , da  $n > 0$ .

