



**UNDERVISNINGS  
MINISTERIET**  
KVALITETS- OG  
TILSYNSSTYRELSEN

---

# Matematik A

---

Højere handelseksamen

Mandag den 18. august 2014  
kl. 9.00 - 14.00

## Matematik A

Prøven består af to delprøver.

**Delprøven uden hjælpemidler** består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.  
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

**Delprøven med hjælpemidler** består af opgave 6 til 12 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.  
I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.  
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende tre datafiler:

*demand*

*vindenergi*

*loennedgang*

**Delprøven uden hjælpemidler**

Kl. 9.00 – 10.00

**Opgave 1**a) Tegn grafen for en funktion  $f$ , der opfylder følgende:

- definitionsmængden er  $Dm(f) = ]-5; 9]$
- funktionen er positiv i intervallet  $]-5; -1[$
- funktionen er negativ i intervallet  $]-1; 9]$
- funktionen har globalt minimum i punktet  $P(3, -6)$

Bilag 1 kan benyttes.

**Opgave 2**a) Gør rede for, at funktionen  $f$  med forskriften

$$f(x) = x^2 + 4$$

er en løsning til differentiaalligningen  $y - 4 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot y'$ .**Opgave 3**

En virksomhed har observeret en lineær sammenhæng  $p(x) = a \cdot x + b$  mellem pris  $p(x)$  og afsætning  $x$  på et af deres produkter.

Ved en pris på 2300 kr. pr. stk. afsætter virksomheden 4000 stk. af produktet.

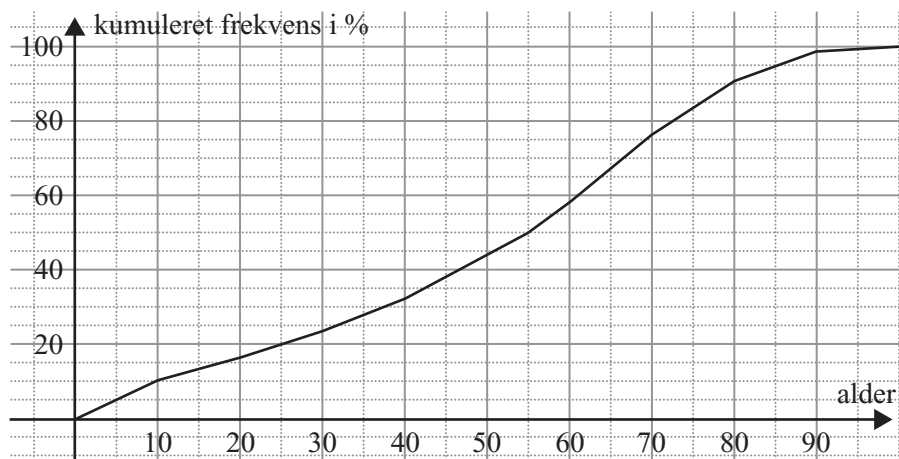
Ved en pris på 1800 kr. pr. stk. afsætter virksomheden 6000 stk. af produktet.

<b>Afsætning i stk. (<math>x</math>)</b>	4000	6000
<b>Pris i kr. <math>p(x)</math></b>	2300	1800

a) Bestem forskriften for  $p$  og bestem afsætningen ved en pris på 800 kr. pr. stk.

### Opgave 4

Grafen viser den kumulerede frekvens for aldersfordelingen for de mænd, der konsulterede en læge i Danmark i 2012.



- a) Bestem medianen, og bestem andelen af mænd der var mellem 25 og 55 år.

Kilde: statistikbanken.dk

### Opgave 5

De marginale enhedsomkostninger  $MC$  er givet ved funktionen med forskriften

$$MC(x) = x^2 - 50x + 800$$

De samlede variable omkostninger  $VC$  kan bestemmes ved

$$VC(q) = \int_0^q MC(x) dx$$

- a) Bestem en forskrift for de samlede variable omkostninger.

**Besvarelsen afleveres kl. 10.00**

**Delprøven med hjælpemidler**

Kl. 9.00 – 14.00

**Opgave 6**

Følgende to spørgsmål besvares uafhængigt af hinanden:

- a) Bestem den positive værdi af
- $a$
- , der opfylder følgende ligning:

$$\int_0^a (2x + a) dx = 50$$

Benyt eventuelt et CAS-værktøj.

- b) Ligningen
- $2 \cdot \ln(x^2 + 1) - 4 = 0$
- er løst nedenfor.

Forklaring til løsningen af ligningen skal gives. Bilag 2 kan benyttes.

$$2 \cdot \ln(x^2 + 1) - 4 = 0$$

Ligningen er skrevet op.

$$\ln(x^2 + 1) = 2$$

\_\_\_\_\_

$$x^2 + 1 = e^2$$

\_\_\_\_\_

$$x = -\sqrt{e^2 - 1} \quad \vee \quad x = \sqrt{e^2 - 1}$$

\_\_\_\_\_

$$x = -2,528 \quad \vee \quad x = 2,528$$

\_\_\_\_\_

### Opgave 7

En virksomhed har observeret en sammenhæng mellem en vares pris og den mængde af varen, der efterspørges.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *demand*.

Mængde	Pris
1100	180
1320	170
:	:

- a) Opstil en eksponentiel regressionsmodel  $d(x) = b \cdot a^x$ , der beskriver sammenhængen mellem vares pris  $d$  i kr. pr. stk. og den mængde af varen  $x$  i stk., der efterspørges.

Sammenhængen mellem virksomhedens udbud af varen  $x$  i stk. og prisen  $s$  i kr. pr. stk. kan beskrives ved en lineær funktion med forskriften

$$s(x) = 0,05x + 10 \quad , \quad 0 \leq x \leq 5000$$

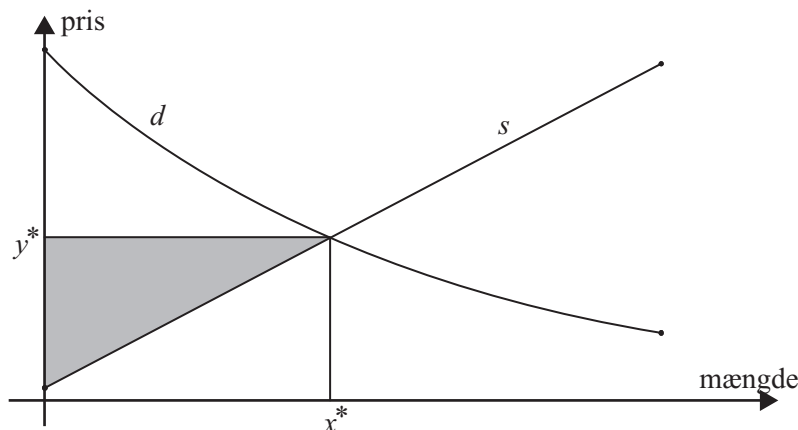
Skæringspunktet mellem  $s$  og  $d$  angiver ligevægtsmængden  $x^*$  og ligevægtsprisen  $y^*$ .

- b) Bestem ligevægtsmængden  $x^*$  og ligevægtsprisen  $y^*$ .

Producentoverskuddet kan bestemmes som arealet af det grå område vist i nedenstående figur.

Det grå område er afgrænset af grafen for  $s$  samt linjen  $y = y^*$  i intervallet  $[0; x^*]$ .

- c) Bestem producentoverskuddet.



### Opgave 8

En funktion  $f$  er bestemt ved forskriften

$$f(x) = \frac{1}{12}x^4 - x^3 - 15x^2 + 216x$$

- a) Bestem funktionens nulpunkter.  
 b) Bestem funktionens globale minimumspunkt.

## Opgave 9

Energistyrelsen opgør hvert år produktionen af energi (målt i MWh) fra Danmarks vindmøller.

I år 2012 indsamlede Energistyrelsen data på 267 møller af en bestemt størrelse. Energistyrelsen noterede hver enkelt mølles produktionstal, dens alder og hvorvidt produktionsniveauet lå over eller under gennemsnittet på 1699 Mwh.

Tabellen viser et udsnit af samtlige data fra filen *vindenergi*.

Produktionstal	Alder	Produktionsniveau
1007	efter 2002	under gennemsnit
1310	efter 2002	under gennemsnit
1342	før 2002	under gennemsnit
:	:	:

- a) Lav en grafisk præsentation af fordelingen af produktionstallene.

Energistyrelsen ønsker at undersøge, om der er uafhængighed mellem møllernes alder og produktionsniveau.

- b) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra filen *vindenergi*.

	over gennemsnit	under gennemsnit	Total
efter 2002			
før 2002			
Total			<b>267</b>

- c) Undersøg med et signifikansniveau på 5%, om der kan antages uafhængighed mellem møllernes alder og produktionsniveau.
- d) Skriv ud fra dine svar til spørgsmål a), b) og c) et kort notat til chefen for Energistyrelsen, hvor du præsenterer resultaterne af undersøgelsen.



Kilde: <http://www.ens.dk/info/tal-kort/statistik-noegletal/oversigt-energisektoren/stamdataregister-vindmoller>

### Opgave 10

En virksomhed producerer og sælger to typer skibradioer SEATALK og OCEANKOM. Prisen pr. stk. SEATALK er givet ved funktionen  $p$  med forskriften

$$p(x) = -0,64x + 3560 \quad , \quad 1000 \leq x \leq 4000$$

Prisen pr. stk. OCEANKOM er givet ved funktionen  $q$  med forskriften

$$q(y) = -y + 7200 \quad , \quad 1000 \leq y \leq 5000$$

De variable enhedsomkostninger pr. stk. SEATALK er 1000 kr. og pr. stk. OCEANKOM 1200 kr. Dette betyder, at det samlede dækningsbidrag kan beskrives ved en funktion  $DB$  med forskriften

$$DB(x, y) = -0,64x^2 + 2560x - y^2 + 6000y$$

En niveaukurve  $N(t)$  er givet ved  $DB(x, y) = t$

- Gør rede for, at niveaukurven  $N(11400000)$  er en ellipse med centrum i punktet  $(2000, 3000)$  og vandret halvakse  $a = 500$  og lodret halvakse  $b = 400$ .
- Tegn niveaukurven  $N(11400000)$  i et koordinatsystem.

Produktionen er underlagt en begrænsning, der er givet ved

$$y \leq -1,5x + 6000$$

- Bestem den pris pr. SEATALK og den pris pr. OCEANKOM, der giver det største samlede dækningsbidrag.

### Opgave 11

Når salgsprisen på en vare stiger forventes dækningsbidraget at stige, dog til en øvre grænse.

Lad  $y = p(x)$  være dækningsbidraget (pr. stk.) og lad  $x$  være salgsprisen (i 1000 kr.). Antag at  $y$  opfylder følgende differentiaalligning:

$$\frac{dy}{dx} = -0,5 \cdot y + 150 \quad , \quad 1 \leq x \leq 7$$

En salgspris på 2000 kr. giver et dækningsbidrag på 190 kr. pr. solgt vare, det vil sige  $p(2) = 190$ .

- Bestem en forskrift for  $p(x)$ .
- Bestem dækningsbidraget pr. stk. ved en salgspris på 4000 kr.



**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.  
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

### Opgave 12A

En virksomhed producerer en bestemt vare. Virksomheden producerer varen ved anvendelse af maskintimer og arbejdstimer. Lad  $x$  angive antal maskintimer og lad  $y$  angive antal arbejdstimer.

Produktionen er underlagt følgende kapacitetsbegrænsninger:

$$y \geq -0,25x + 20$$

$$y \geq -0,75x + 30$$

$$x \geq 5$$

$$y \geq 10$$

Produktionsomkostningerne pr. maskintime er 4 kr., og produktionsomkostningerne pr. arbejdstime er 7 kr.

Funktionen  $f(x, y) = ax + by$  angiver de samlede produktionsomkostninger pr. døgn.

- a) Bestem forskriften for funktionen  $f$  og tegn polygonområdet defineret ved ovenstående begrænsninger.

Virksomheden ønsker at producere varen billigst muligt, hvilket betyder, at varen skal produceres ved at anvende 20 maskintimer og 15 arbejdstimer pr. døgn. Dermed opnår virksomheden minimale produktionsomkostninger.

- b) Bestem, hvor meget produktionsomkostningerne pr. arbejdstime kan stige, når  $f$  stadig skal antage sin mindsteværdi i punktet  $(20, 15)$ .

### Opgave 12B

En undersøgelse på landsplan har vist, at andelen af danskere, der er villige til at gå ned i løn for at bevare jobbet, er 33%.

En dansk virksomhed med 650 ansatte kigger på muligheden for at sænke lønnen.

- a) Bestem sandsynligheden for at mindst 200 ansatte på virksomheden er villige til at gå ned i løn for at bevare jobbet.

Virksomheden laver en stikprøve blandt 50 ansatte og spørger, om de er villige til at gå ned i løn for at bevare jobbet. Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *loennedgang*.

Villig til lønnedgang
Ja
Nej
Nej
:

- b) Estimér andelen  $p$  af ansatte, der er villige til at gå ned i løn for at bevare jobbet, og vurder med et 95%-konfidensinterval om andelen i virksomheden er den samme som på landsplan.

### Opgave 12C

En virksomhed producerer og sælger en vare. Omsætningen  $R$  (i 1000 kr.) og omkostningerne  $C$  (i 1000 kr.) ved produktion og salg af varen er givet ved funktionerne med forskrifterne.

$$R(x) = -0,006x^2 + 12x \quad , \quad 0 \leq x \leq 2000$$

$$C(x) = 1,6x + 1230 + 624 \cdot \sin(0,002x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 2000$$

hvor  $x$  er afsætningen i stk.

Overskuddet kan bestemmes ved

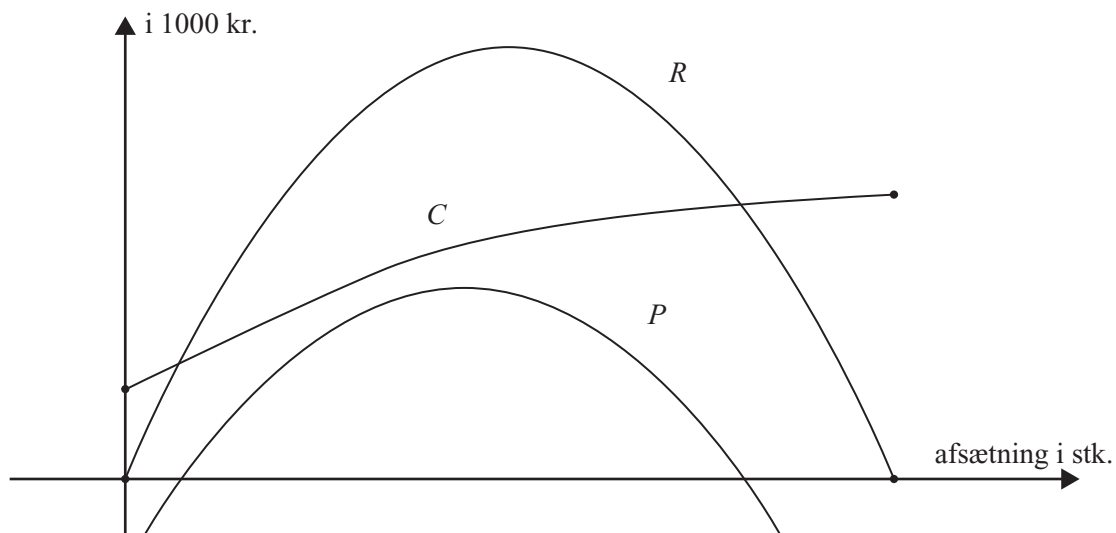
$$\text{overskud} = \text{omsætning} - \text{omkostninger}$$

a) Gør rede for, at overskuddet  $P$  kan beskrives ved funktionen

$$P(x) = -0,006x^2 + 10,4x - 1230 - 624 \cdot \sin(0,002x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 2000$$

og bestem, i hvilket interval overskuddet er positivt.

b) Bestem det maksimale overskud.

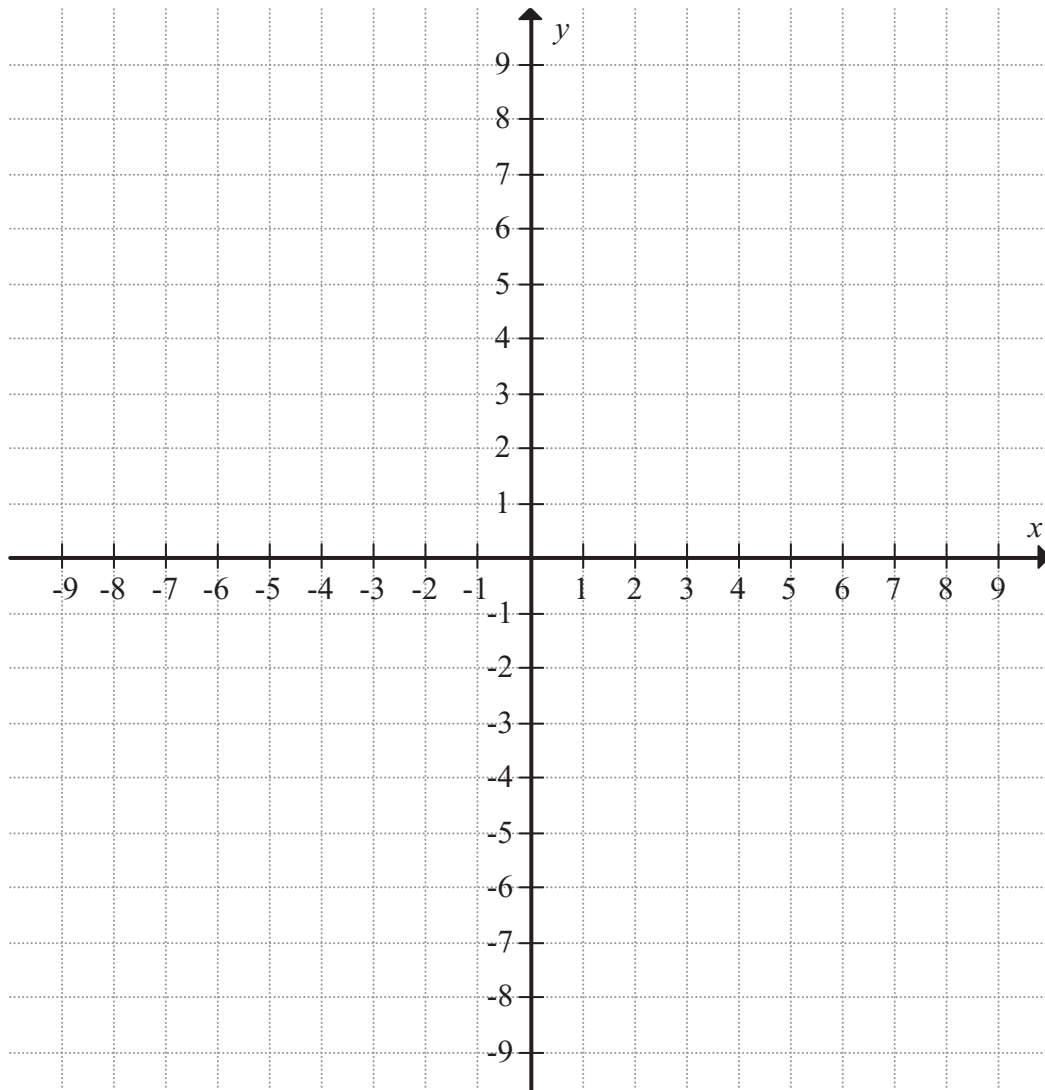






**Bilag 1 til opgave 1**

<b>Skole:</b>	<b>Hold:</b>
<b>Eksamensnr.:</b>	<b>Navn:</b>





## Bilag 2 til opgave 6

<b>Skole:</b>	<b>Hold:</b>
<b>Eksamensnr.</b>	<b>Navn:</b>

$$2 \cdot \ln(x^2 + 1) - 4 = 0$$

Ligningen er skrevet op.

$$\ln(x^2 + 1) = 2$$

---

$$x^2 + 1 = e^2$$

---

$$x = -\sqrt{e^2 - 1} \quad \vee \quad x = \sqrt{e^2 - 1}$$

---

$$x = -2,528 \quad \vee \quad x = 2,528$$

---