



**MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

Fredag den 16. august 2013
kl. 9.00 - 14.00

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.

Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 12C med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.

I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende tre datafiler:

mælkeindvejning

pension

aktiekurs

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

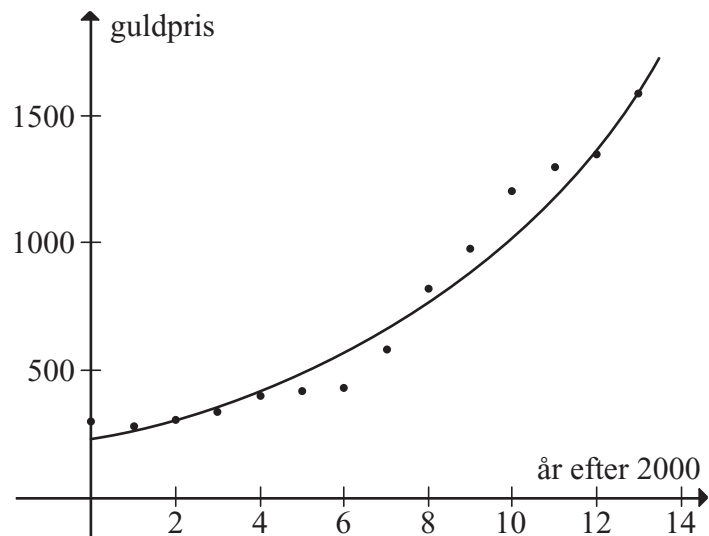
Opgave 1

Guldprisen (i dollars) har siden år 2000 udviklet sig tilnærmelsesvist eksponentielt og kan beskrives ved funktionen g med forskriften

$$g(t) = 236 \cdot 1,16^t$$

hvor t er antal år efter 2000.

- a) Forklar betydningen af tallene 236 og 1,16 i forskriften for g .



Kilde: www.nationalbanken.dk

Opgave 2

- a) Undersøg, om funktionen med forskriften

$$f(x) = x^3$$

er en løsning til differentialligningen $\frac{y'}{3y} = x$.

Opgave 3

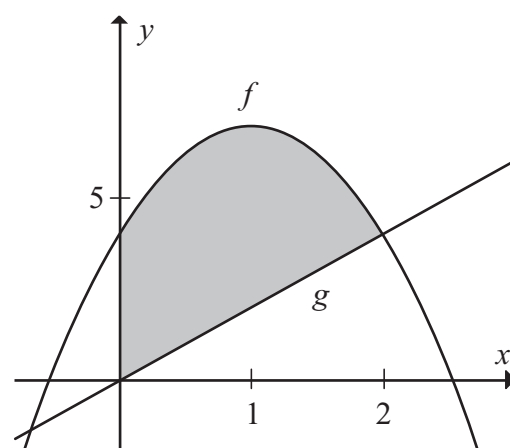
Graferne for funktionerne f og g med forskrifterne

$$f(x) = -3x^2 + 6x + 4 \quad \text{og} \quad g(x) = 2x$$

skærer hinanden i $x = -\frac{2}{3}$ og $x = 2$.

Det grå område på figuren er afgrænset af graferne for f og g samt y -aksen.

- a) Bestem arealet af det grå område.



Opgave 4

a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

- værdimængden er $Vm(f) = [-3; 8]$
- f har globalt maksimum i punktet $(4, 8)$
- f har nulpunkter i $x = 1$ og $x = 6$

Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 5

For en vare A er sammenhængen mellem efterspørgsel og pris bestemt ved funktionen

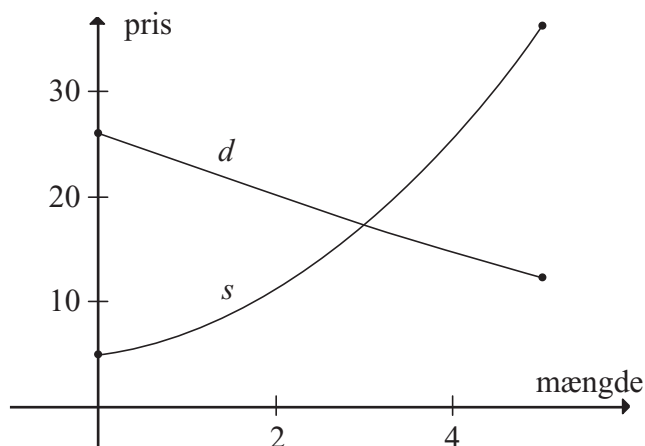
$$d(x) = \frac{1}{100}x^3 - 3x + 26, \quad 0 \leq x \leq 5$$

hvor x angiver efterspurgt mængde, og $d(x)$ angiver den tilsvarende pris.

Sammenhængen mellem udbud og pris for samme vare A er bestemt ved funktionen

$$s(x) = \frac{1}{100}x^3 + x^2 + x + 5, \quad 0 \leq x \leq 5$$

hvor x angiver udbudt mængde, og $s(x)$ angiver den tilsvarende pris.



Ligevægtsmængden er defineret som den mængde, hvor udbud og efterspørgsel er lige store.

a) Bestem ligevægtsmængden for vare A.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Følgende to spørgsmål besvares uafhængigt af hinanden:

- a) Bestem x -koordinaten til skæringspunktet mellem graferne for funktionerne med forskrifterne

$$f(x) = a \cdot x + b \quad \text{og} \quad g(x) = c \cdot x + d$$

eventuelt ved hjælp af et CAS-værktøj.

- b) Ligningen $(x^2 - 4) \cdot \ln(3x - 6) = 0$ er løst nedenfor.

Forklaringer til udregningerne skal gives. Bilag 2 kan benyttes.

$$(x^2 - 4) \cdot \ln(3x - 6) = 0$$

Ligningen er skrevet op og løses for $3x - 6 > 0$, da $\ln(x)$ kun er defineret for positive værdier af x .

$$x^2 - 4 = 0 \quad \vee \quad \ln(3x - 6) = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \vee \quad 3x - 6 = 1$$

$$x = -2 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = \frac{7}{3}$$

$$L = \left\{ \frac{7}{3} \right\}$$

Opgave 7

Et landbrug med malkekøer får hentet mælk hver anden dag. Landmanden modtager data for indvejningen af mælkemængden, der måles i kg. Nedenstående tabel viser et udsnit af 183 indvejninger, som findes i filen *mælkeindvejning*.

Mælkemængde
11535
11795
12147
:



- Lav en grafisk præsentation, som beskriver fordelingen af mælkemængden.
- Bestem følgende 3 statistiske deskriptorer for fordelingen af mælkemængden: *gennemsnit, median og standardafvigelse*.

Det antages, at mælkemængden X for en tilfældigt udvalgt indvejning er normalfordelt $X \sim N(\mu, \sigma)$.

- Bestem et 95%-konfidensinterval for middelværdien μ .

Antag, at middelværdien er $\mu = 12\,500$ kg og standardafvigelsen er $\sigma = 840$ kg, dvs. $X \sim N(12\,500, 840)$.

- Bestem sandsynligheden for, at mælkemængden for en tilfældigt udvalgt indvejning er over 12 000 kg.



Kilde: Klaus Rahbek Andersen, landmand.

Opgave 8

Omkostningerne C ved produktion af en vare er bestemt ved funktionen med forskriften

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 20x^2 + 500x + 2500, \quad 0 < x \leq 50$$

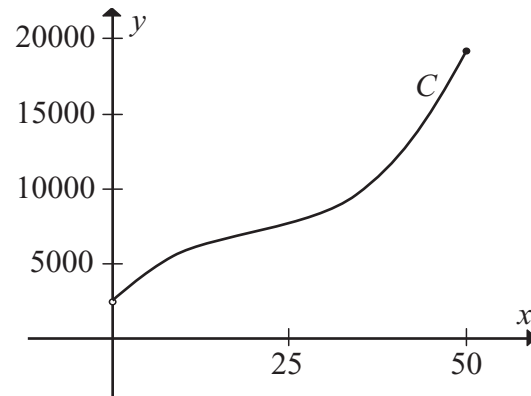
hvor x er den producerede mængde.

- a) Gør rede for, at grafen for C har en vendetangent i $x = 20$.

Grænseomkostningerne $GROMK$ og de variable enhedsomkostninger VE defineres som

$$GROMK(x) = C'(x)$$

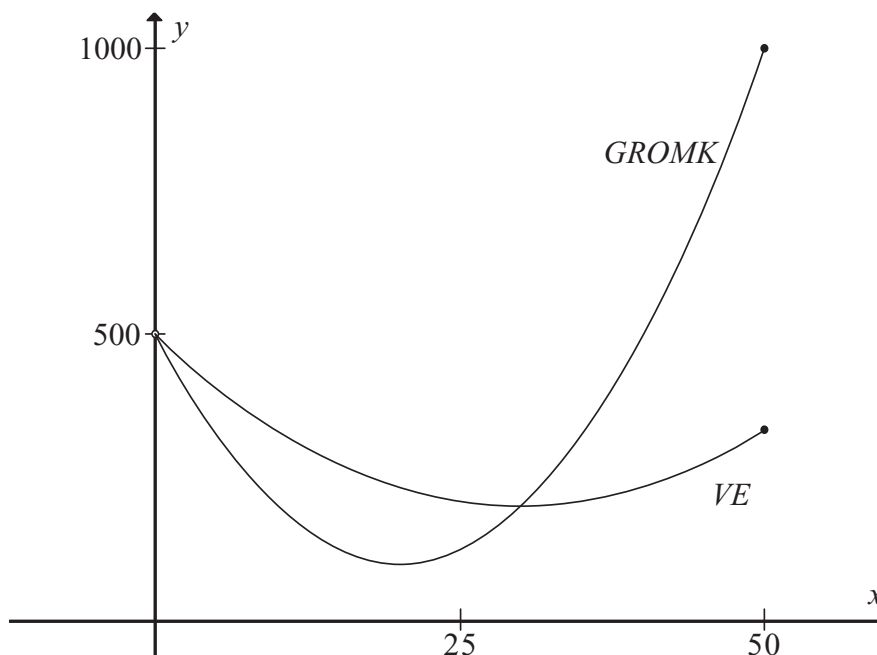
$$VE(x) = \frac{C(x) - C(0)}{x}$$



- b) Bestem forskrifterne for $GROMK$ og VE .

De variable enhedsomkostninger VE er mindst, når grafen for $GROMK$ skærer grafen for VE .

- c) Bestem den producerede mængde x , der giver de mindste variable enhedsomkostninger VE .



Opgave 9

Et pensionselskab har lavet en stikprøveundersøgelse af en række kunders risikoprofiler i forbindelse med deres pensionsopsparring. Kunder kan vælge mellem 4 forskellige risikoprofiler. Profil A er den mindst risikofyldte, mens Profil D er den mest risikofyldte. Kunderne bliver i undersøgelsen opdelt efter region og profil.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *pension*.

Region	Profil
Fyn og Jylland	Profil A
København	Profil C
Sjælland	Profil B
:	:

- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra filen *pension*, og afgør ved et hypotesetest med signifikansniveau på 5%, om der kan antages uafhængighed mellem region og profil.

	Profil A	Profil B	Profil C	Profil D	Total
Fyn og Jylland					
København					
Sjælland					
Total					1497

- b) Bestem de forventede værdier samt bidragene til χ^2 - teststørrelsen.

Pensionselskabet ønsker at undersøge, om pensionskunder fra København er mere risikovillige end pensionskunder fra andre dele af landet.

- c) Skriv en kort redegørelse til pensionselskabet, hvor du ud fra dine svar i a) og b) redegør for en eventuel afhængighed mellem risikovillighed og den region, pensionskunderne kommer fra.

Opgave 10

I filen *aktiekurs* er den ugentlige aktiekurs for selskabet *NOVO NORDISK* gengivet for en 36 ugers periode.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *aktiekurs*.

Uge	Aktiekurs
1	622
2	638
3	632
:	:

Aktiekursen $y = K(x)$ kan beskrives ved en lineær regressionsmodel

$$K(x) = ax + b$$

hvor x angiver ugenummer.

- Lav et xy -plot af data, der viser sammenhængen mellem ugenummer og aktiekurs, og estimér modellens parametre a og b .
- Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten a .
- Forklar betydningen af hældningskoefficienten a i regressionsmodellen og diskuter modellens anvendelse til at forudsige fremtidige kurser på *NOVO NORDISK* aktien.

Kilde: www.nasdaqomxnordic.com

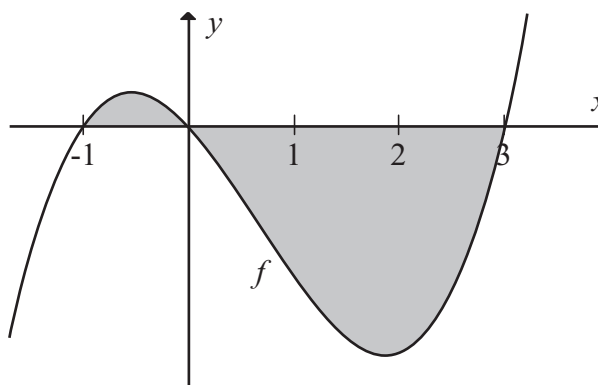
Opgave 11

Funktionen f er givet ved forskriften

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 6x$$

Grafen for f skærer x -aksen i $x = -1$, $x = 0$ og $x = 3$.

De grå områder på figuren afgrænses af grafen for f og x -aksen.



- Bestem det samlede areal af de grå områder.

**Af opgaverne 12A, 12B og 12C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 12A

En virksomhed opretter en fond, hvortil der indbetales 50 000 kr. hvert år. Pengene forrentes med 5,5% p.a.

a) Bestem størrelsen af fonden umiddelbart efter 6 indbetalinger.

Efter den 6. indbetaling ændres renten til 4,8% p.a., og virksomheden fortsætter indbetalingerne på 50 000 kr. hvert år i yderligere 4 år.

b) Bestem størrelsen af fonden umiddelbart efter den sidste indbetaling.

Opgave 12B

Værdien p (i kr.) af en bestemt vare kan beskrives som en funktion af tiden t (i uger), hvor $t \geq 0$.

Værdien $y = p(t)$ forventes at opfylde følgende differentialligning

$$y' = 5 - \frac{1}{10}y$$

a) Bestem forskriften for p når det oplyses, at til tiden $t = 0$ er værdien af varen 500 kr.

b) Bestem det tidspunkt t , hvor varens værdi er 75 kr.

Opgave 12C

En kvadratisk funktion af to variable $f(x, y)$ er givet ved forskriften

$$f(x, y) = -x^2 + 800x - 0,25y^2 + 300y$$

Følgende betingelser for x og y er givet:

$$0 \leq x \leq 500$$

$$0 \leq y \leq 800$$

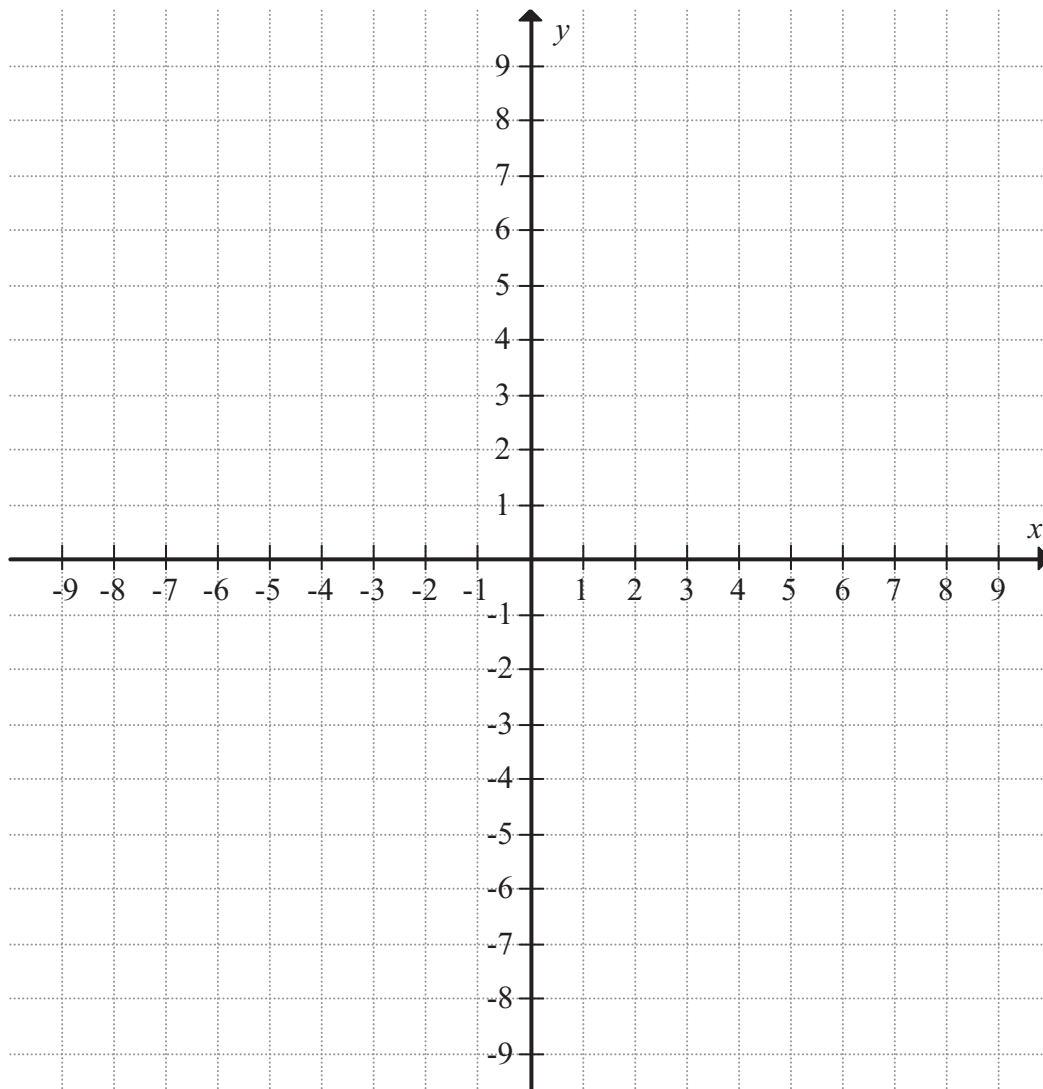
En niveaukurve $N(t)$ er givet ved $f(x, y) = t$.

a) Gør rede for, at $N(240\,000)$ fremstiller en ellipse med centrum i $(400, 600)$ og halvaksler $a = 100$ og $b = 200$.

b) Bestem det punkt indenfor polygonområdet defineret af betingelserne, der giver størsteværdien for f og bestem denne værdi.

Bilag 1 til opgave 4.

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:



Bilag 2 til opgave 6.

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:

$$(x^2 - 4) \cdot \ln(3x - 6) = 0$$

Ligningen er skrevet op og løses for $3x - 6 > 0$, da $\ln(x)$ kun er defineret for positive værdier af x .

$$x^2 - 4 = 0 \quad \vee \quad \ln(3x - 6) = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \vee \quad 3x - 6 = 1$$

$$x = -2 \quad \vee \quad x = 2 \quad \vee \quad x = \frac{7}{3}$$

$$L = \left\{ \frac{7}{3} \right\}$$
