

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

### Delprøven uden hjælpemidler

#### Opgave 1

$$a) A = \int_0^2 -6x^2 + 12x dx = \left[ -2x^3 + 6x^2 \right]_0^2 = 8 - 0 = 8$$

#### Opgave 2

a) Først differentierer vi løsningen:  $y' = 10x$ .

Dernæst indsættes løsningen  $y$  i  $y'$  og vi får:  $y' = 2 \cdot \frac{5x^2}{x} = 10x$

Heraf ses, at  $y = 5x^2$  er en løsning til differentialligningen.

#### Opgave 3

a) Forskriften for  $V(x)$  er:  $V(x) = -200000x + 1000000$ .

$$-200000x + 1000000 = 400000$$

Værdien afskrevet til 400000 kr.:  $-200000x = -600000$

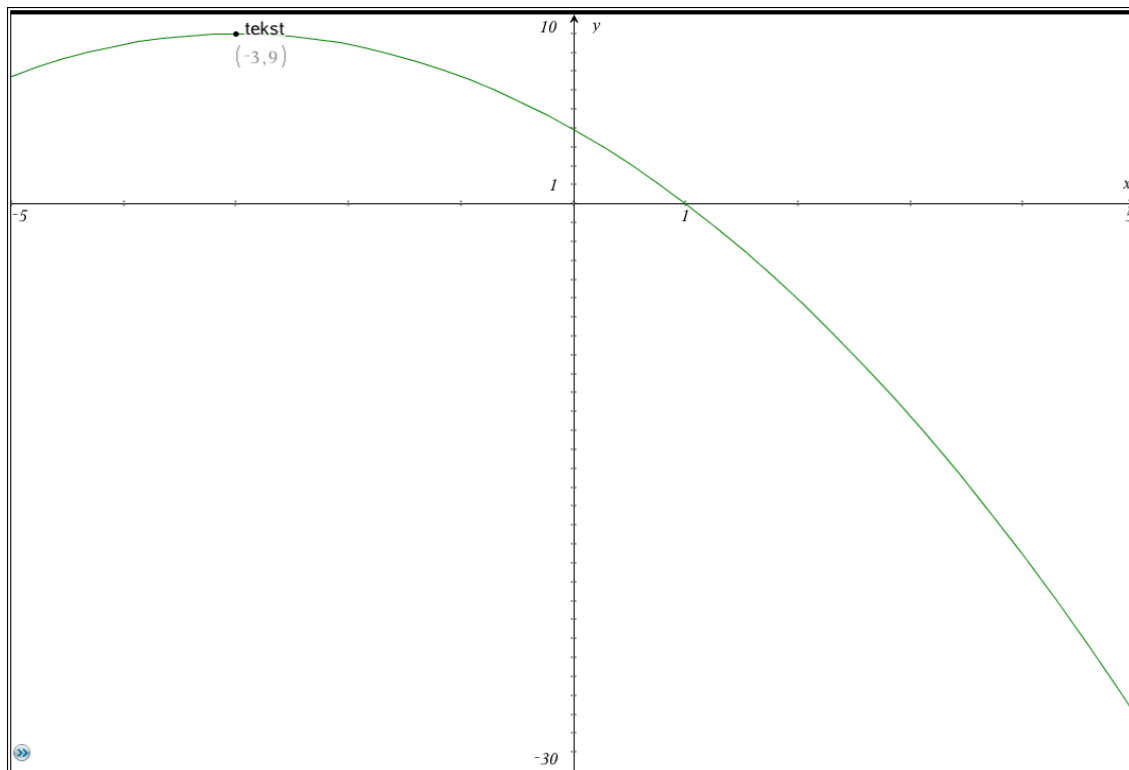
$$x = 3$$

Efter 3 år er værdien afskrevet til 400000 kr.

#### Opgave 4

a) Nedenfor ses graf der opfylder kravene:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



Opgave 5

a) Overskud:  $P(x) = -x^2 + 8x - 2x - 5 = -x^2 + 6x - 5$ .

$$P'(x) = -2x + 6 = 0$$

$$x = 3$$

Størst mulige overskud:  $P(3) = 4$  (parablens toppunkt)

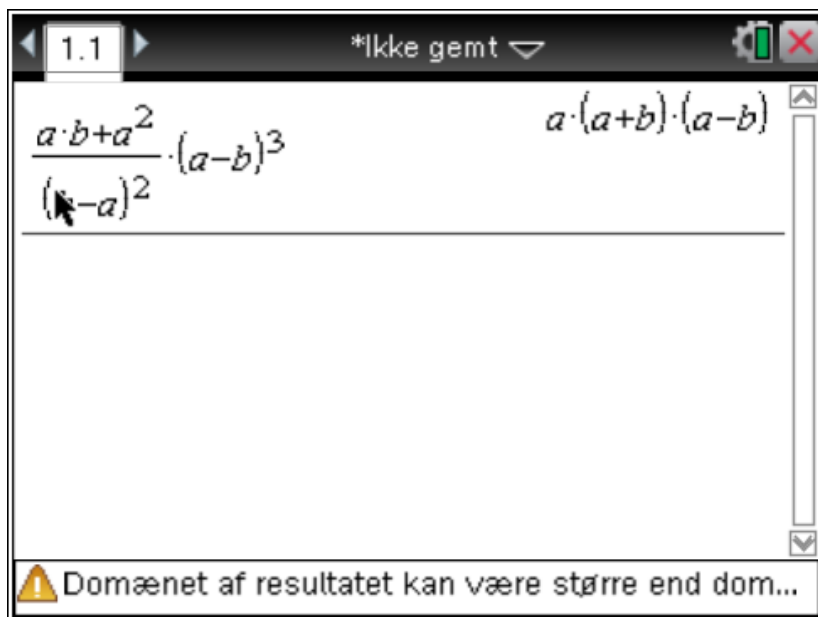
Det størst mulige overskud er derfor 4 000 kroner.

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

## Delprøven med hjælpemidler

Opgave 6

a) Vha. NSpire fås:



The screenshot shows a TI-Nspire calculator window with the title bar containing "1.1", "\*Ikke gemt", and window control icons. The main display area shows the following mathematical expression:

$$\frac{a \cdot b + a^2}{(a - a)^2} \cdot (a - b)^3 \qquad a \cdot (a + b) \cdot (a - b)$$

A horizontal line is drawn below the expression. At the bottom of the window, a warning message is displayed: "⚠ Domænet af resultatet kan være større end dom..."

Udtrykket er derfor ikke sandt.

b)

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

$$\int 2x \cdot \ln(x^2 + 5) dx$$

$$= \int \ln(t) dt: \text{ Da } t = x^2 + 5 \text{ er } dt = 2x dx$$

$$= t \cdot \ln(t) - t + K: \text{ Det ubestemte integral er fundet af } \ln(t)$$

$$= (x^2 + 5) \cdot \ln(x^2 + 5) - (x^2 + 5) + K: t \text{ erstattes af } x^2 + 5$$

### Opgave 7

a) Skema vha. NSpire:

| Antal af Arbejdsmæssig status | Kolonnenavne |            |             |            |             |                  |             |
|-------------------------------|--------------|------------|-------------|------------|-------------|------------------|-------------|
|                               | Rækkenavne   | Arbejdsløs | Lønmodtager | Pensionist | Selvstændig | Studerende (tom) | Hovedtotal  |
| a. Meget let                  |              | 8          | 148         | 64         | 91          | 20               | 331         |
| b. Let                        |              | 8          | 180         | 72         | 96          | 35               | 391         |
| c. Nogenlunde let             |              | 16         | 176         | 55         | 95          | 56               | 398         |
| d. Lidt svært                 |              | 16         | 63          | 28         | 32          | 40               | 179         |
| e. Meget svært                |              | 32         | 31          | 12         | 12          | 20               | 107         |
| (tom)                         |              |            |             |            |             |                  |             |
| <b>Hovedtotal</b>             |              | <b>80</b>  | <b>598</b>  | <b>231</b> | <b>326</b>  | <b>171</b>       | <b>1406</b> |

b)

Hypoteser:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

$H_0$  : Ingen sammenhæng mellem status og økonomisk situation

$H_1$  : Sammenhæng mellem status og økonomisk situation

Forventede værdier:

[[18.8336,22.2475,22.6458,10.1849,6.08819]  
[140.781,166.3,169.277,76.1323,45.5092]  
[54.3819,64.2397,65.3898,29.409,17.5797]  
[76.7468,90.6586,92.2817,41.5036,24.8094]  
[40.2568,47.5541,48.4054,21.7703,13.0135]]

Som det ses, er der forskelle mellem de observerede og forventede værdier.

c) Testresultat:

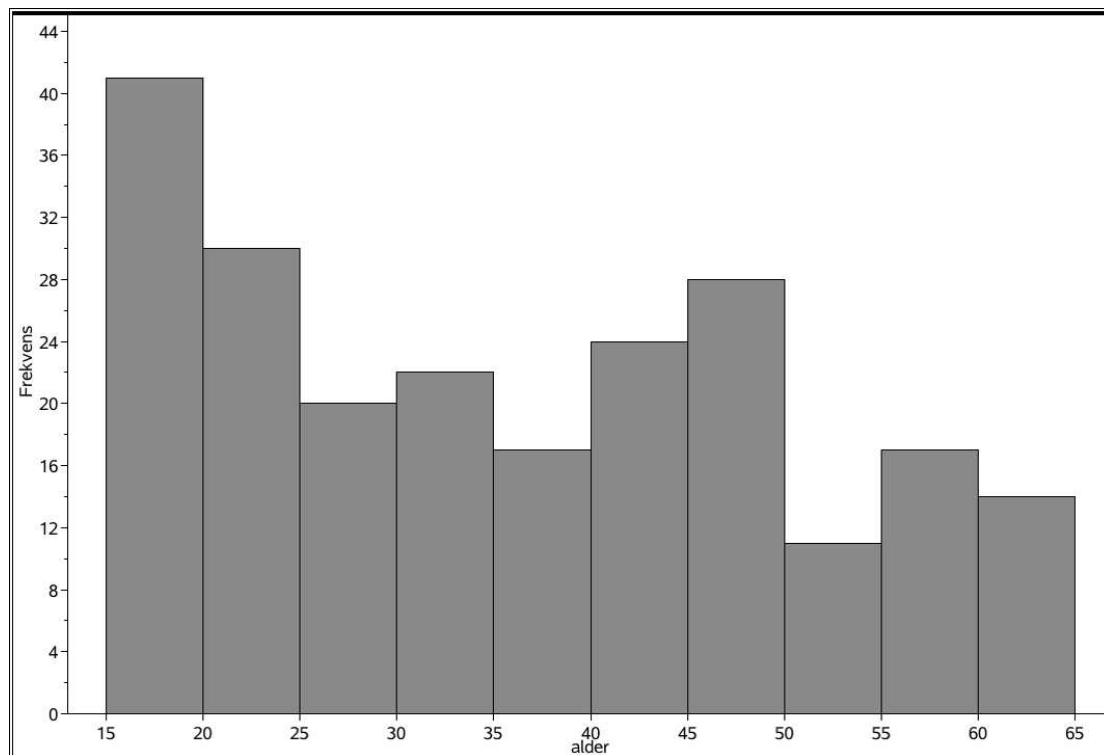
|              |                                |
|--------------|--------------------------------|
| "Titel"      | " $\chi^2$ -uafhængighedstest" |
| " $\chi^2$ " | 191.23981085958                |
| "PVal"       | 4.6435435393549E-32            |
| "df"         | 16.                            |

Som det fremgår af testresultatet er  $p$ -værdien stort set nul, og det må derfor antages at der er en signifikant mellem status og økonomisk situation.

Opgave 8

a) Grafisk præsentation (histogram):

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



Aldersfordelingen beskrives vha. gennemsnit, standardafvigelse og typeinterval.

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

Deskriptorer:

|                                      |                             |
|--------------------------------------|-----------------------------|
| "Titel"                              | "Statistik med én variabel" |
| " $\bar{x}$ "                        | 35.544642857143             |
| " $\Sigma x$ "                       | 7962.                       |
| " $\Sigma x^2$ "                     | 329198.                     |
| " $s_x := s_{\square} - 1 \cdot x$ " | 14.392255262156             |
| " $\sigma_x := \sigma \cdot x$ "     | 14.360093757688             |
| "n"                                  | 224.                        |
| "MinX"                               | 15.                         |
| " $Q_1 X$ "                          | 23.                         |
| "MedianX"                            | 33.                         |
| " $Q_3 X$ "                          | 47.                         |
| "MaxX"                               | 63.                         |

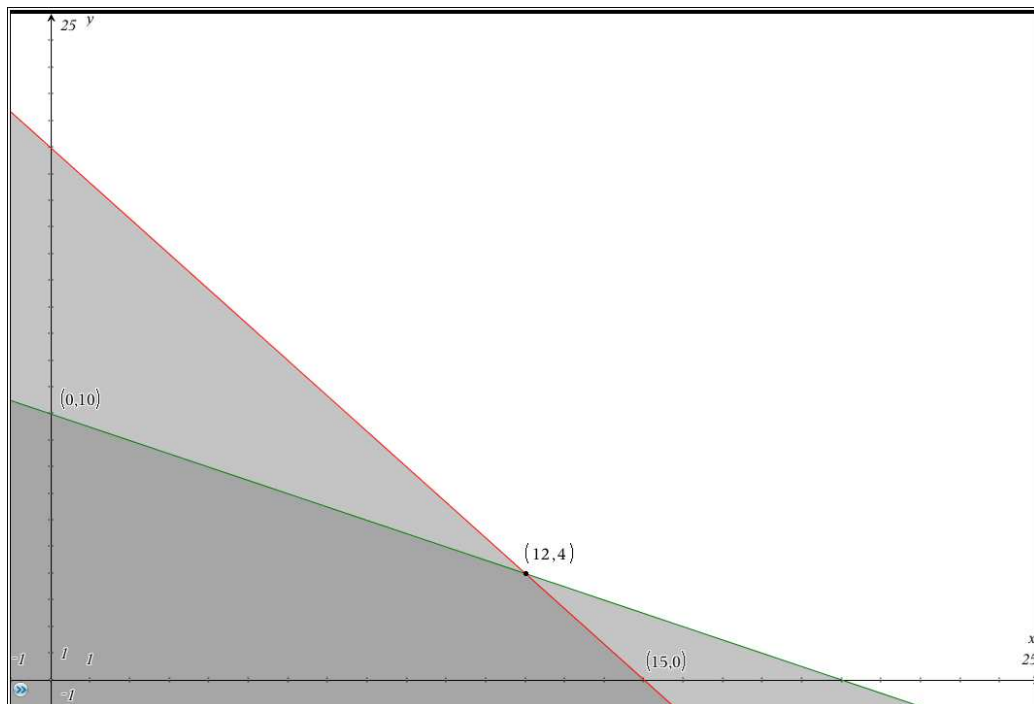
Gennemsnitsalderen for arbejdsløse i 2011 er 35,5 år. Den gennemsnitlige spredning i de arbejdsløses alder i forhold til gennemsnitsalderen er 14,4 år. Jfr. histogrammet er typeintervallet  $[15;20]$ .

I forhold til 2008 er gennemsnitsalderen faldet en del. Det samme gør sig gældende for kvartilalder. Spredningen er vokset og den typiske alder for arbejdsløshed er faldet ganske meget.

Opgave 9

a) Polygonområde (mørk grå) indtegnes:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



Der gennemføres hjørnekontrol i punkterne  $(0,10)$ ,  $(12,4)$  og  $(15,0)$ .



Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
 Vejledende løsninger, Peter B

| $f(x,y)$                                 | Udført |
|--|--------|
| $f(x,y) = 10000 \cdot x + 10000 \cdot y$ |        |
| $f(0,10)$                                | 100000 |
| $f(12,4)$                                | 160000 |
| $f(15,0)$                                | 150000 |

Størst mulig dækningsbidrag opnås ved produktion af 12 FLEXSTAIRS og 4 UPLIFT.

b) Følsomhedsanalyse.

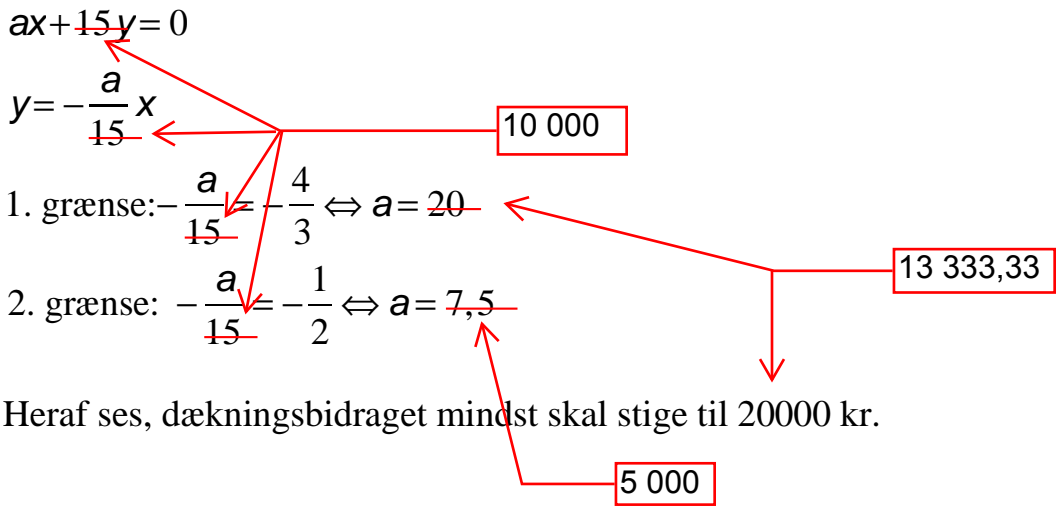
$$ax + 15y = 0$$

$$y = -\frac{a}{15}x$$

$$1. \text{ grænse: } -\frac{a}{15} = -\frac{4}{3} \Leftrightarrow a = 20$$

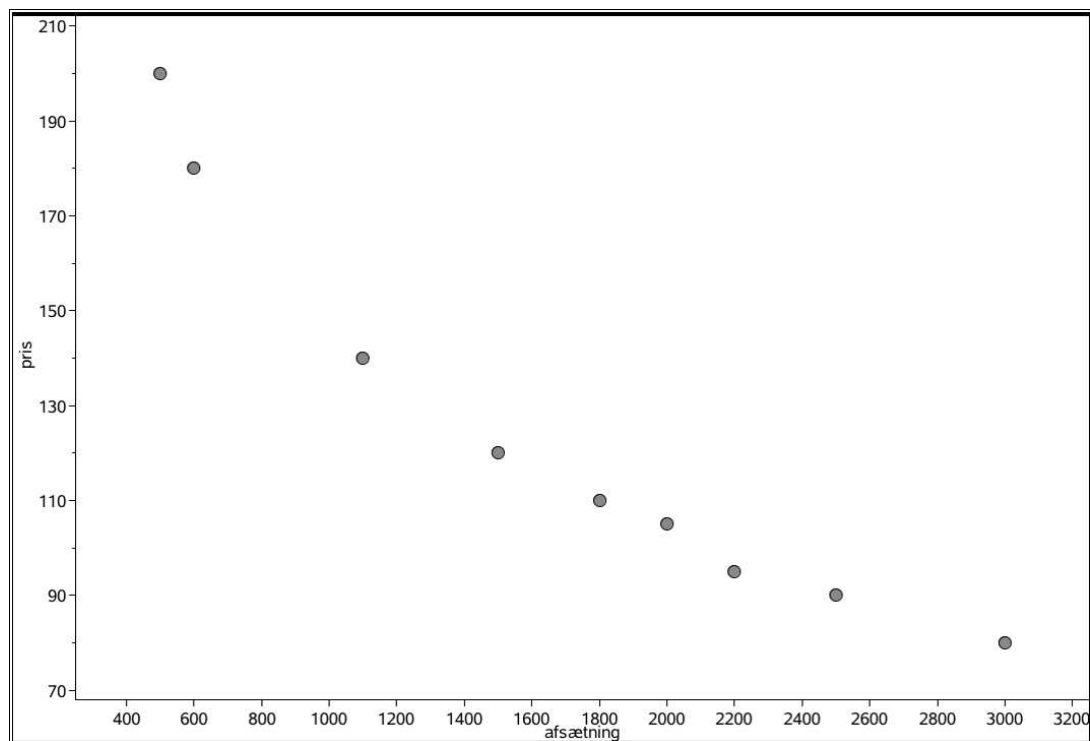
$$2. \text{ grænse: } -\frac{a}{15} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 7,5$$

Heraf ses, dækningsbidraget mindst skal stige til 20000 kr.



Opgave 10

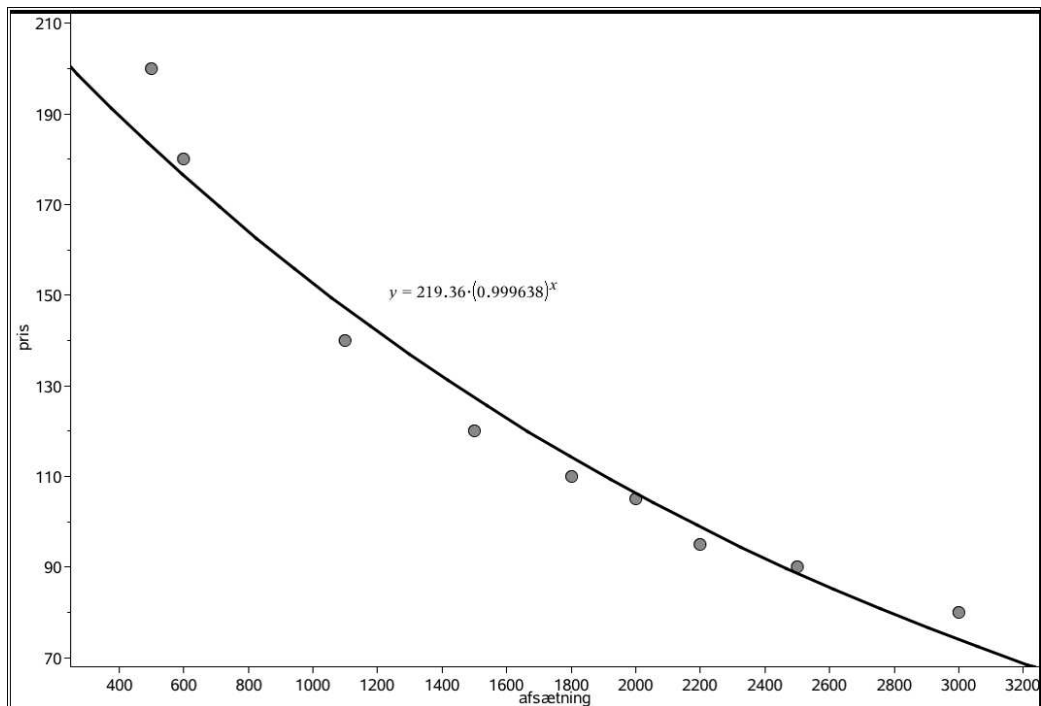
a)  $xy$ -plot.



Estimeret model:

$$p(x) = 219,36 \cdot 0,999638^x, \text{ se nedenfor.}$$

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

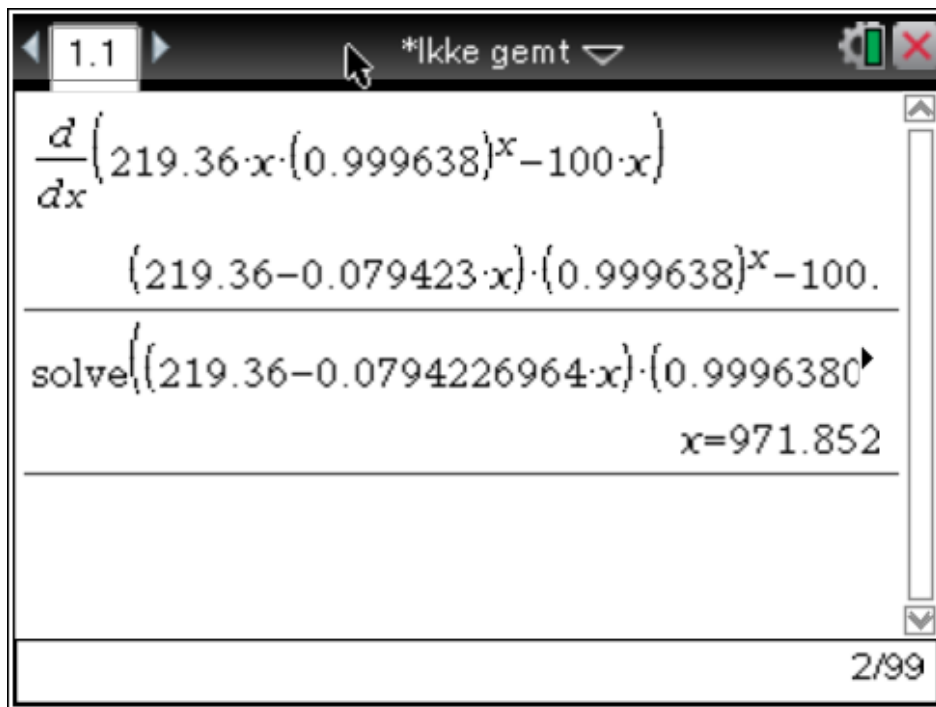


b)

Dækningsbidrag:  $d(x) = 219,36x \cdot 0,999638^x - 100x$ .

Vha. Nspire får vi følgende:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



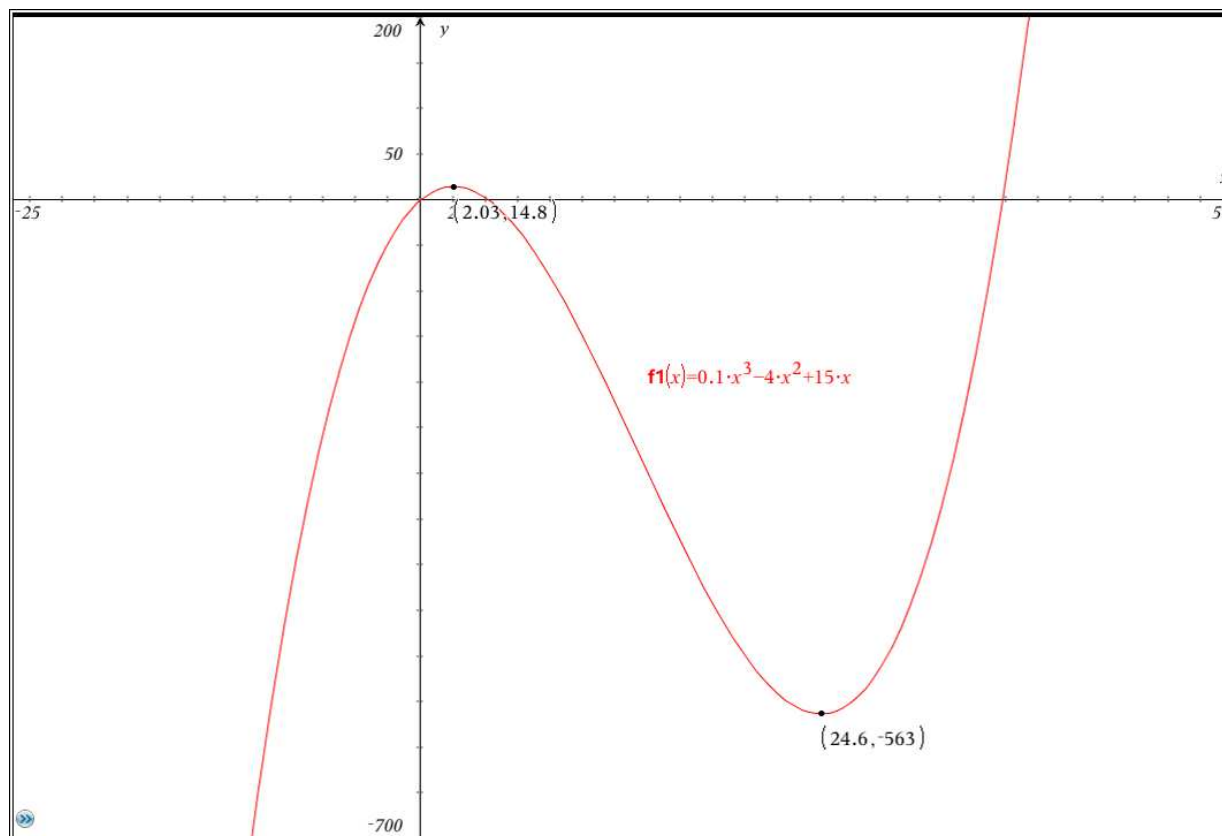
The screenshot shows a TI-84 Plus calculator interface. At the top, the window title is "1.1" and the status bar indicates "\*ikke gemt" (not saved). The main display area shows the derivative of the function  $219.36 \cdot x \cdot (0.999638)^x - 100 \cdot x$  with respect to  $x$ . The derivative is calculated as  $(219.36 - 0.079423 \cdot x) \cdot (0.999638)^x - 100$ . Below this, the calculator has solved the equation  $(219.36 - 0.0794226964 \cdot x) \cdot (0.999638)^x - 100 = 0$  and found the solution  $x = 971.852$ . The bottom right corner of the screen shows the page number "2/99".

Størst dækningsbidrag opnås ved afsætning af 972 stk.

c) Pris pr. stk. ved maks. dækningsbidrag:  $p(972) = 154,28$  kr.

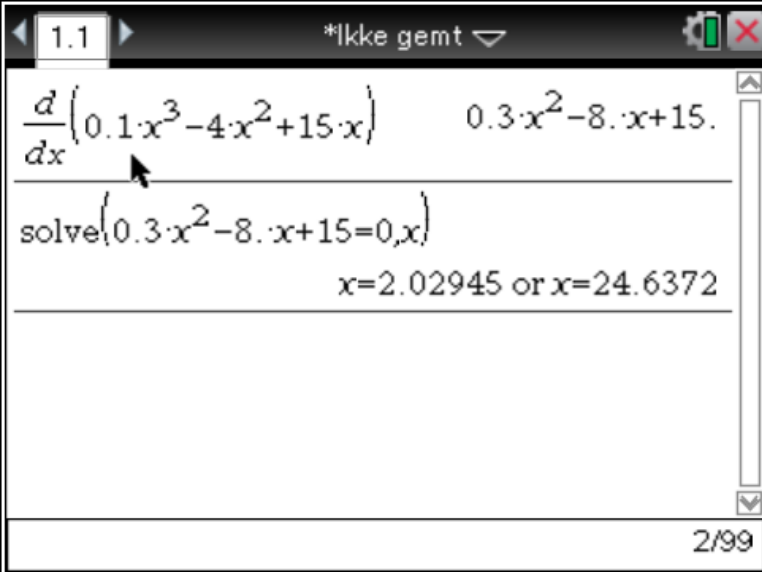
Opgave 11

a) Monotoniforhold for  $f$ :



Vha. Nspire bestemmes monotoniforhold, se graf og udskrift nedenfor:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



The screenshot shows a software window titled "1.1" with a status bar indicating "\*Ikke gemt". The main content area displays the derivative of the function  $f(x) = 0.1x^3 - 4x^2 + 15x$  as  $f'(x) = 0.3x^2 - 8x + 15$ . Below this, the equation  $0.3x^2 - 8x + 15 = 0$  is solved, yielding the critical points  $x = 2.02945$  and  $x = 24.6372$ . The bottom right corner of the window shows the page number "2/99".

$$\frac{d}{dx}(0.1 \cdot x^3 - 4 \cdot x^2 + 15 \cdot x) = 0.3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 15$$
$$\text{solve}(0.3 \cdot x^2 - 8 \cdot x + 15 = 0, x)$$
$$x = 2.02945 \text{ or } x = 24.6372$$

Monotoniforhold:  $f$  er voksende for  $x \in [-\infty; 2,03]$  og  $x \in [24,6; \infty]$  og aftagende for  $x \in [2,03; 24,6]$ .

Som det fremgår af grafen ovenfor har  $f$  lokalt maksimum i  $(2,03; 14,8)$  og lokalt minimum i  $(24,6; -563)$ .

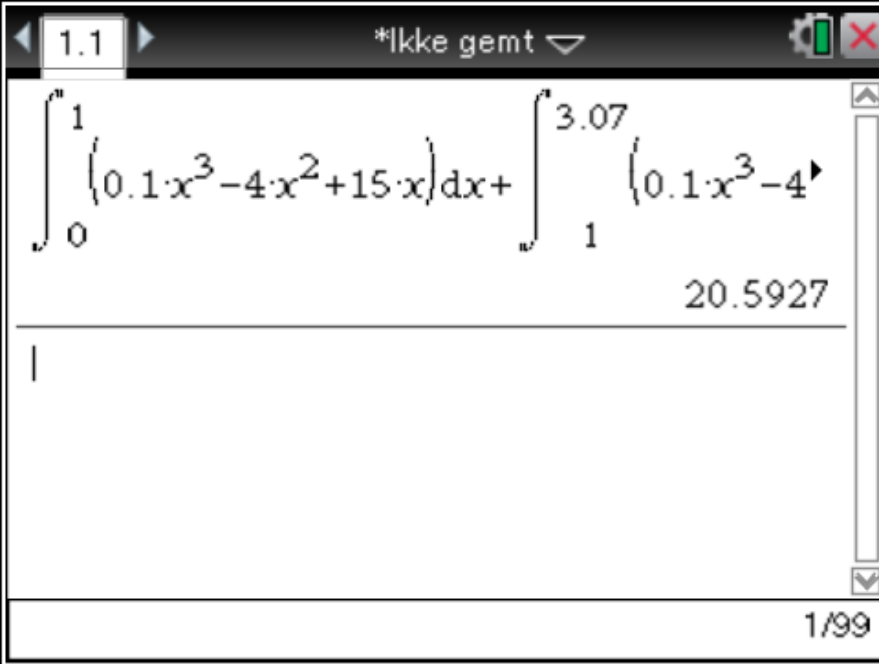
b) Skæringspunkter:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

The screenshot shows a TI-84 Plus calculator interface with the following content:

- Top status bar: "1.1" and "\*Ikke gemt" (Not saved).
- Integration function:  $\int_0^1 (0.1x^3 - 4x^2 + 15x) dx + \int_1^{3.07} (0.1x^3 - 4x^2 + 15x) dx$ . The result is 20.5927.
- Solving equation:  $\text{solve}(10 \cdot \ln(x) = 0, x)$  with result  $x = 1$ .
- Solving equation:  $\text{solve}(10 \cdot \ln(x) = 0.1x^3 - 4x^2 + 15x, x)$  with results  $x = 3.07271$  or  $x = 36.1223$ .
- Warning message: "Der kan være flere løsninger. Forsøg at specific..." (There may be more solutions. Try to specify...).

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



The image shows a screenshot of a calculator application window. The window title is "1.1" and the status bar indicates "\*Ikke gemt" (Not saved). The main display area shows the following mathematical expression:

$$\int_0^1 (0.1x^3 - 4x^2 + 15x) dx + \int_1^{3.07} (0.1x^3 - 4x^2 + 15x) dx$$

The result of the calculation is displayed as 20.5927. Below the result, there is a vertical line and a cursor. The bottom right corner of the window shows "1/99".

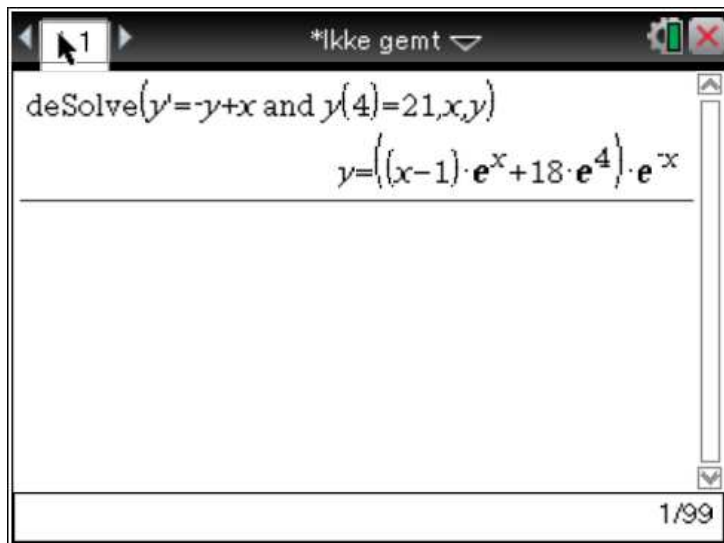
Arealet af det grå område er: 20,5927.



Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

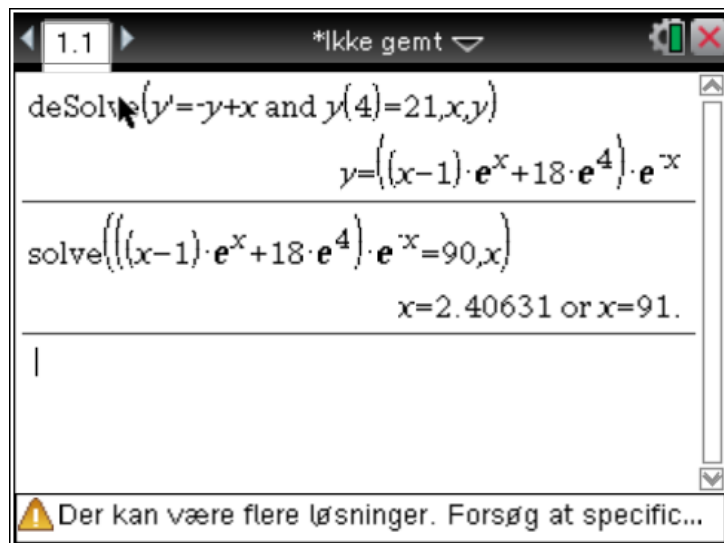
### Opgave 12

a) Vi bestemmer den particulære løsning til differentialligningen vha. NSpire:



b) Afsætning ved pris på 90:

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



Afsætning ved pris på 90 er 2,4 tons.

Opgave 13A

a) Vi bestemmer centrum og ligningen for cirklen:

$$p = -\frac{5000}{-2 \cdot 50} = 50 \quad q = -\frac{2000}{-2 \cdot 50} = 20$$

$$K = -(-50) \cdot 50^2 - (-50) \cdot 20^2 = 145000$$

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

$$\frac{(x-50)^2}{55000-145000} + \frac{(y-20)^2}{55000-145000} = 1$$
$$\frac{(x-50)^2}{-50} + \frac{(y-20)^2}{-50} = 1$$

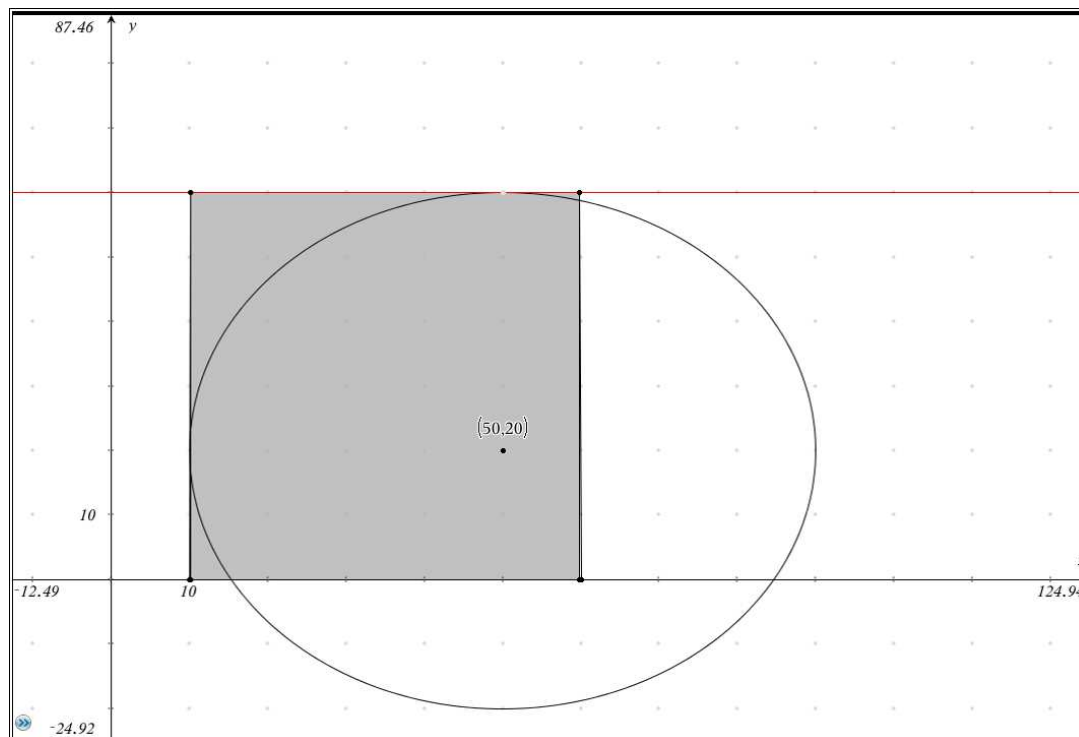
$$\frac{(x-50)^2}{1800} + \frac{(y-20)^2}{1800} = 1$$

$$(x-50)^2 + (y-20)^2 = 1800$$

Af ovenstående ses, at niveaukurven  $N(55000)$  er en cirkel med centrum i  $(50,20)$  og radius  $\sqrt{1800}$ .

b) Det frie maksimum findes i centrum af cirklen, se nedenfor, da centrum ligger indenfor begrænsningerne (det grå område), finder vi det størst mulige dækningsbidrag ved produktion af 50 A og 20 B. Maks dækningsbidrag er:  
 $f(50, 20) = 145.000$ .

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B



Opgave 13B

a) Vha. NSpires TVM-solver bestemmes gælden til: 105.127,82 kr.

~~Restgælden pr. 1. august 2012 er: 13.238,16 kr. (anvendt funktionen Balance).~~

b) Gælden er vokset til pr. 1. december 2013:  ~~$13238,16 \cdot 1,0015^{16} = 13.559,48$  kr.~~

105 127,82

107 680 kr.

Matematik A, vejledende opgave 2, ny ordning.  
Vejledende løsninger, Peter B

### Opgave 13C

a) Der er tale om en binomialfordeling, da vi ser på udfaldene fejle eller ikke fejl:  $X \sim b(120, 0.1)$ .

$$P(X \geq 13) = \text{binomCdf}(120, 0.1, 13, 120) = 0.42392891389807.$$

Sandsynligheden for fejl på mere end 13 enheder er ca. 42%.

b) Ved at anvende sortering i NSpire er den estimerede andel af fejl:  $\frac{13}{120}$ .

95%-konfidensinterval for andelen af enheder med fejl vil ligge i intervallet:  $[0.05; 0.16]$ .

Se udskrift fra NSpire nedenfor:

```
"Titel"      "z-interval for en andel"  
"CLower"    0.052725011720638  
"CUpper"    0.16394165494603  
"□"         0.108333333333333  
"ME"        0.055608321612695  
"n"         120.
```