Mat A Vejledende sæt 1, Peter Harremoës, Delprøve uden hjælpemidler

Opg. 1

En funktion er givet ved

$$f(x) = 4\cdot\frac{1}{x} - x^3 + 7 \quad , \overbrace{x > 0}^{\text{min tilføjelse}}$$

Følgende funktion er stamfunktion til f

$$F(x) = 4\ln(x) - \frac{1}{4}x^4 + 7x \, .$$

Opg. 2

Antallet af oliefyr i Danmark er tilnærmelsesvis givet ved

$$m(t) = 1100000 \cdot 0{,}94^t$$

hvor t er antal år efter 1980. Det svarer til at antallet af oliefyr i 1980 var 1100000 og derefter er faldet med 6% om året.

Opg. 3

Hvis $f(x) = 5\cdot e^{2x}$ og $f'(x) = 5(2\cdot e^{2x})$ indsættes i differentialligningen $y' = 2y$ fås $5\cdot(2\cdot e^{2x}) = 2\cdot(5e^{2x})$, hvilket er sandt for alle $x \in \mathbb{R}$, så $f(x) = 5\cdot e^{2x}$ er løsning til differentialligningen.

Opg. 4

Se Bilag 1!

Opg. 5

For mængden $x \in [0;3]$ er udbud og efterspørgsel givet ved

$$d(x) = 1{,}5x^2 + x + 1$$

$$s(x) = 0{,}5x^2 - 3x + 13$$

Ligevægtsmængden findes ved at løse ligningen

$$d(x) = s(x)$$

$$1{,}5\cdot x^2 + x + 1 = 0{,}5x^2 - 3x + 13$$

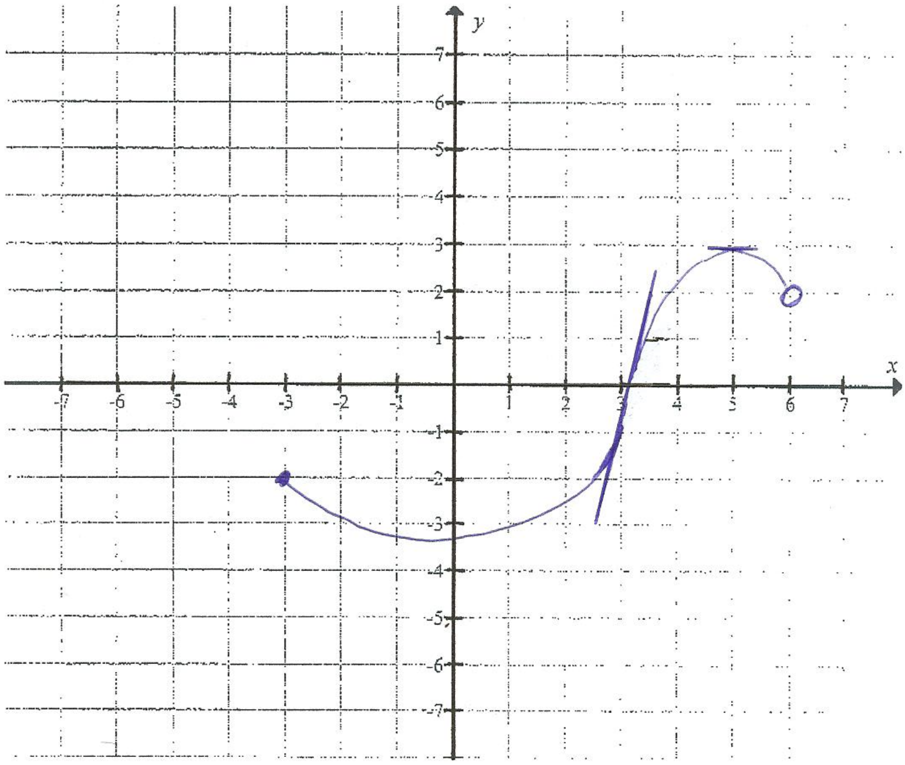
$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm (4^2 - 4(-12))^{1/2}}{2\cdot 1} = \frac{-4 \pm 8}{2} = -2 \pm 4 = \begin{cases} 2 \\ -6 \end{cases}$$

Da -6 ikke ligger i definitionsmængden er $x = -6$ en falsk løsning. Ligevægtsmængden er derfor 2 stk.

Bilag 1 til opgave 4.

Skole: Niels Brock	Hold:
Eksamensnr.	Navn: Peter Harremoës



Opgave 6

a) Følgende ligning løses ved hjælp af CAS

$\text{solve}\left(\int_0^a \left(\frac{x^4}{3}-4\cdot x\right)dx=10,a\right)$ ▸ $a=3.48556$

Udtrykket $\int_0^a \left(\frac{x^4}{3}-4\cdot x\right)dx$ har som funktion af a den afledte $\frac{a^4}{3}-4\cdot a$. Vi sætter dette lig nul og får

løsningerne $\text{solve}\left(\frac{a^4}{3}-4\cdot a=0,a\right)$ ▸ $a=0$ or $a=3^{\frac{1}{3}}\cdot 2^{\frac{2}{3}}$. Da er funktionen voksende i $]-\infty;0]$, aftagende i $[0;12^{1/2}]$ og voksende i $[12^{1/2};\infty]$. Værdien i $a=0$ er nul så der kan højst være den ene løsning $a=3.48556$ til den oprindelige ligning.

b) Se bilag!

1.1

Bilag 2 til opgave 6.

Skole: Niels Brock	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:** Peter Harremoës

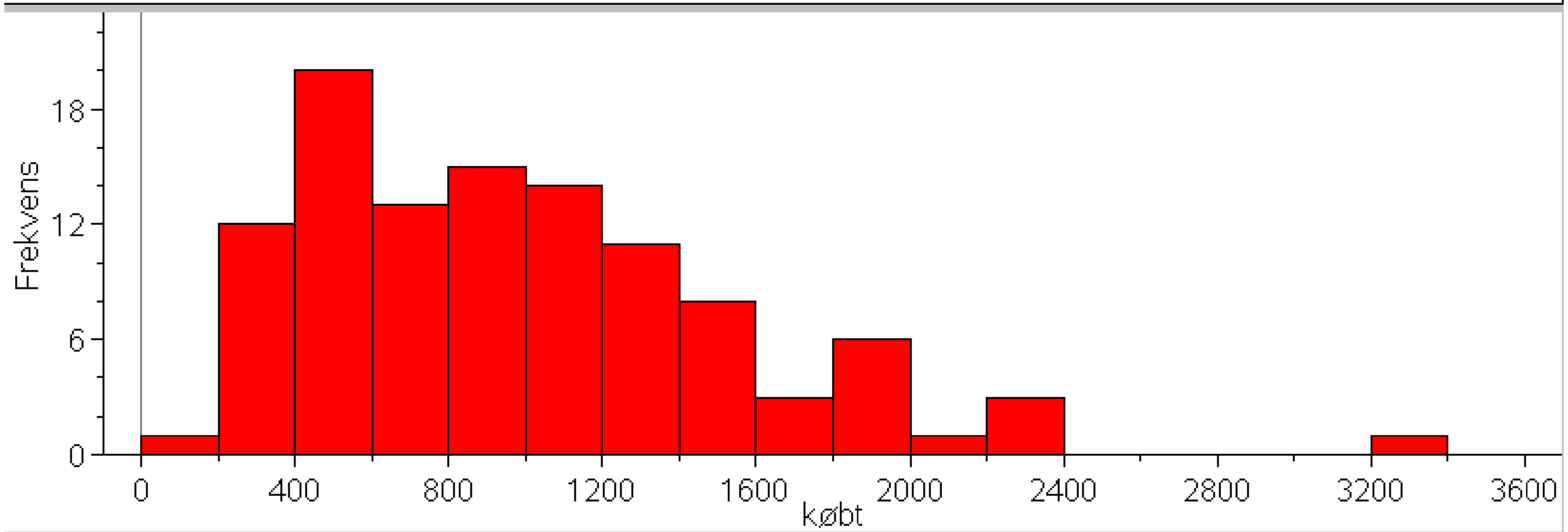
$x+2x\cdot\ln(x)=0 \quad ; \quad x>0$	Ligningen løses for $x>0$, da $\ln(x)$ kun er defineret for positive værdier.
$x\cdot(1+2\ln(x))=0$	Venstre side er faktoriseret.
$x=0 \quad \vee \quad 1+2\ln(x)=0$	Nulreglen er anvendt
$x=0 \quad \vee \quad \ln(x)=-\frac{1}{2}$	ln(x) er isoleret
$x=0 \quad \vee \quad x=e^{-\frac{1}{2}}$	eksponentialfunktionen er anvendt på begge sider
$L=\left\{e^{-\frac{1}{2}}\right\}$	$x=0$ ligger ikke i definitionsmængden

Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.

Opgave 7

a) Data er importeret til et regneark og et histogram over indkøb er vist.

b) Det gennemsnitlige køb er 986 kr. Medianen 868 kroner. Nedre kvartil er 517 kr. og øvre kvartil er 1271 kr.



2.1

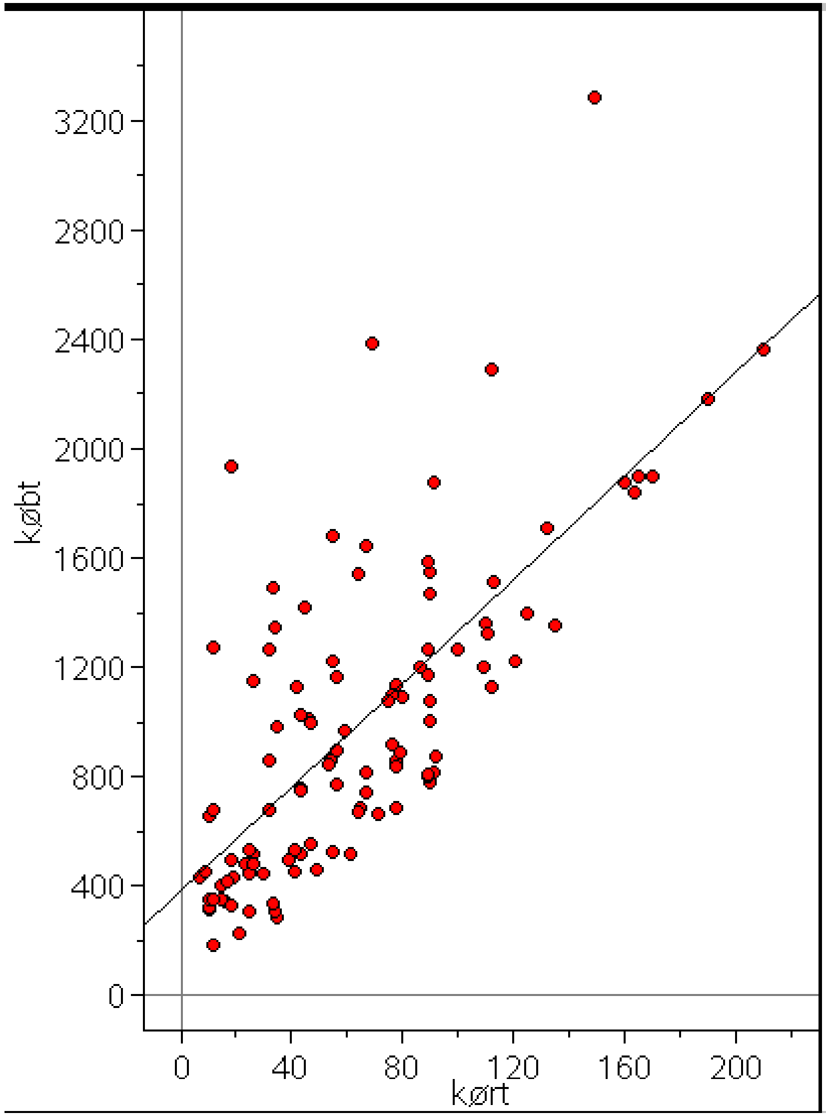
Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.

	A nr	B kørt	C købt	D	E	F	G	H	I	J
◆					=OneVar('			=LinRegM		
1	1	35	985	Titel	Statistik ...		Titel	Lineær r...		
2	2	135	1351	$\bar{x}$	986.306		RegEqn	m*x+b		
3	3	80	1090	Σx	106521.		m	9.46618		
4	4	55	528	Σx^2	1.3938E8		b	384.064		
5	5	16	344	$sx := s_{n-}$...	566.328		r^2	0.527343		
6	6	23	483	$\sigma x := \sigma_n$...	563.7		r	0.726184		
7	7	7	433	n	108.		Resid	{269.620...		
8	8	12	182	MinX	182.					
9	9	18	495	Q_1X	516.5					
10	10	39	495	MedianX...	867.5					
11	11	89	1265	Q_3X	1271.					
12	12	86	1198	MaxX	3288.					
13	13	19	431	SSX := Σ...	3.43179...					
14	14	54	862							
15	15	112	1130							
16	16	113	1511							
17	17	47	554							
18	18	26	1148							

A1 1

2.2

Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.



c) I diagrammet tv. er sammenhørende værdier af antal kørte kilometer og penge brugt ved indkøb vist. Den bedste rette linje angiver at forbrugerne bruger ca. 380 kr + 10 kr. pr kørt kilometer, men dette er en meget upræcis model hvilket både fremgår af diagrammet og af at korrelationskoefficienten er helt nede på 0.72 .

d) Forbugerne køber i gennemsnit for lidt under 1000 kroner. 25 % af kunderne køber for under ca. 520 kroner. Halvdelen af kunderne køber for under ca. 870 kroner mens 25 % af kunderne køber for over ca. 127 kroner. Der er en tendens til at de som kommer langvejs fra laver større indkøb således lokale køber for lidt under 400 kroner og dette beløb vokser med ca. 10 kroner pr. kørt kilometer.

2.3

Opgave 8

a) Data er importeret til Open Office Calc hvor de er optalt ved hjælp af en pivottabel. De optalte data er vist i regnearket på næste side.

b) Vi vil undersøge følgende hypoteser:

H_0: Stemmeafgivning og ungdomsudddannelse er uafhængige

A: Stemmeafgivelsen afhænger af ungdomsuddannelsen.

De forventede værdier under nulhypotesen er vist i diagrammet.

c) Nulhypotesen testes på et 5 % signifikansniveau.

$$\textbf{matrix}:=\begin{bmatrix} 18 & 20 & 31 \\ 41 & 12 & 2 \\ 59 & 10 & 4 \\ 30 & 2 & 2 \\ 65 & 13 & 4 \\ 77 & 37 & 26 \\ 37 & 20 & 33 \\ 62 & 46 & 17 \end{bmatrix}$$

χ²2way **matrix**: **stat.results**

Da p−værdien $8\cdot 10^{-21}$ ligger langt under signikansniveauet på 0.05 vil vi forkaste nulhypotesen og konkludere at der er en sammenhæng mellem ungdomsuddannelse og stemmeafgivning.

3.1

Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	observerede						forventede				
2		stx	hhx	htx	total			stx	hhx	htx	total
3	Dansk Folkeparti	18	20	31	69		Dansk Folkeparti	40.1...	16.5...	12.2...	69
4	Det Konservative Folk...	41	12	2	55		Det Konservative Fo...	32.0...	13.1...	9.79...	55
5	Det Radikale Venstre	59	10	4	73		Det Radikale Venstr...	42.5...	17.4...	13.0...	73
6	Enhedslisten	30	2	2	34		Enhedslisten	19.7...	8.14...	6.05...	34
7	SF	65	13	4	82		SF	47.7...	19.6...	14.6...	82
8	Socialdemokraterne	77	37	26	140		Socialdemokraterne...	81.5...	33.5...	24.9...	140
9	Ved ikke	37	20	33	90		Ved ikke	52.4...	21.5...	16.0...	90
10	Venstre	62	46	17	125		Venstre	72.7...	29.9...	22.2...	125
11	total	389	160	119	668		total	389	160	119	668
12											
13											
14											
15											
16											
17											

A1 *observerede*

3.2

Opgave 9

a) Funktinerne f og g er givet ved

$f(x):=-x^3+3\cdot x^2+x$ ▸ *Udført*

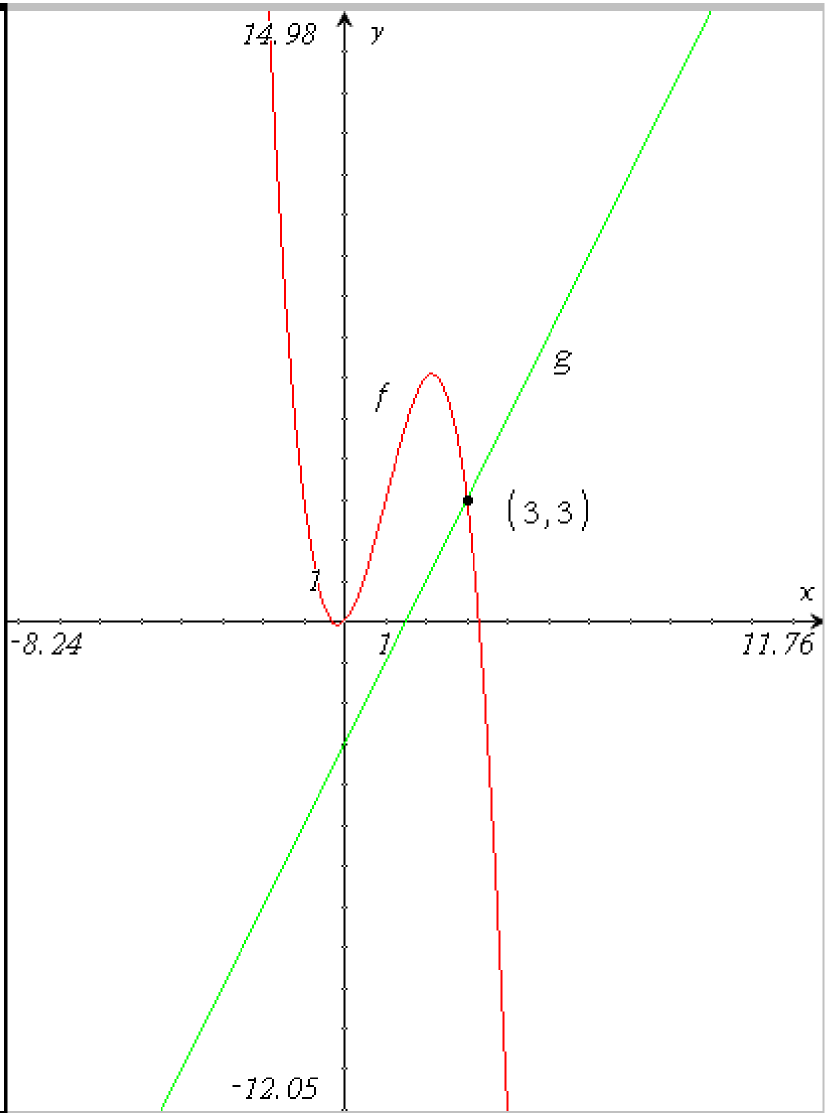
$g(x):=2\cdot x-3$ ▸ *Udført*

Deres skæringspunkt bestemmes ved hjælp af analysér graf hvilket giver (3,3). Resultatet checkes ved at sætte ind i funktionsudtrykkene.

b) Funktionen g har nulpunkt 3/2 Derfor kan arealet bestemmes som

$$\int_0^{\frac{3}{2}} (f(x))\,dx+\int_{\frac{3}{2}}^{3} (f(x)-g(x))\,dx \ ▸ \ 9$$

så arealet er 9.



4.1

Opgave 10

a) Et annuitetslån på 1 500 000 kroner til en rente p 0.5 % kan tilbagebetales over 120 måneder med en fast ydelse på 16 653.08 idet $1500000\cdot(1.005)^{120} \blacktriangleright 2.7291\text{E}6$ og $\frac{16653.08\cdot\left((1.005)^{120}-1\right)}{0.005} \blacktriangleright 2.7291\text{E}6$

b) Restgælden i kroner efter 65 ydelser er $1500000\cdot(1.005)^{65}-\frac{16653.08\cdot\left((1.005)^{65}-1\right)}{0.005} \blacktriangleright 799038.$

5.1

Opgave 12A

a) Med de givne oplysninger kan et 95 % konfidensinterval bestemmes som

$3.6502 \pm 0.0118 \cdot 1.96$ hvilket giver intervallet [3.627;3.673]. Den forventede produktionstid på 3.5 timer ligger ikke inden for konfidensintervalet så en hypotese om at middelværdien af produktionstiden er 3,5 kan afvises på et 5 % signifikansniveau.

b) Hvis produktionstiden er normalfordelt med middelværdi 3.65 og spredning 0.1 så er sandsynligheden for at en tilfældigt valgt stol har en produktionstid på under 3.5 timer lig med $\mathrm{normCdf}(-\infty,3.5,3.65,0.1)$ eller ca. 7 %.

6.1

Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.

Opgave 12B

a) Funktionen h er givet ved

$\mathbf{h}(t):=8\cdot t+86.1+100\cdot\cos(0.157\cdot t-2.608)$ ▸ *Udført*

Afsætningen på dag 40 er derfor $\mathbf{h}(40)$ ▸ 319.84

b) Den afledte er

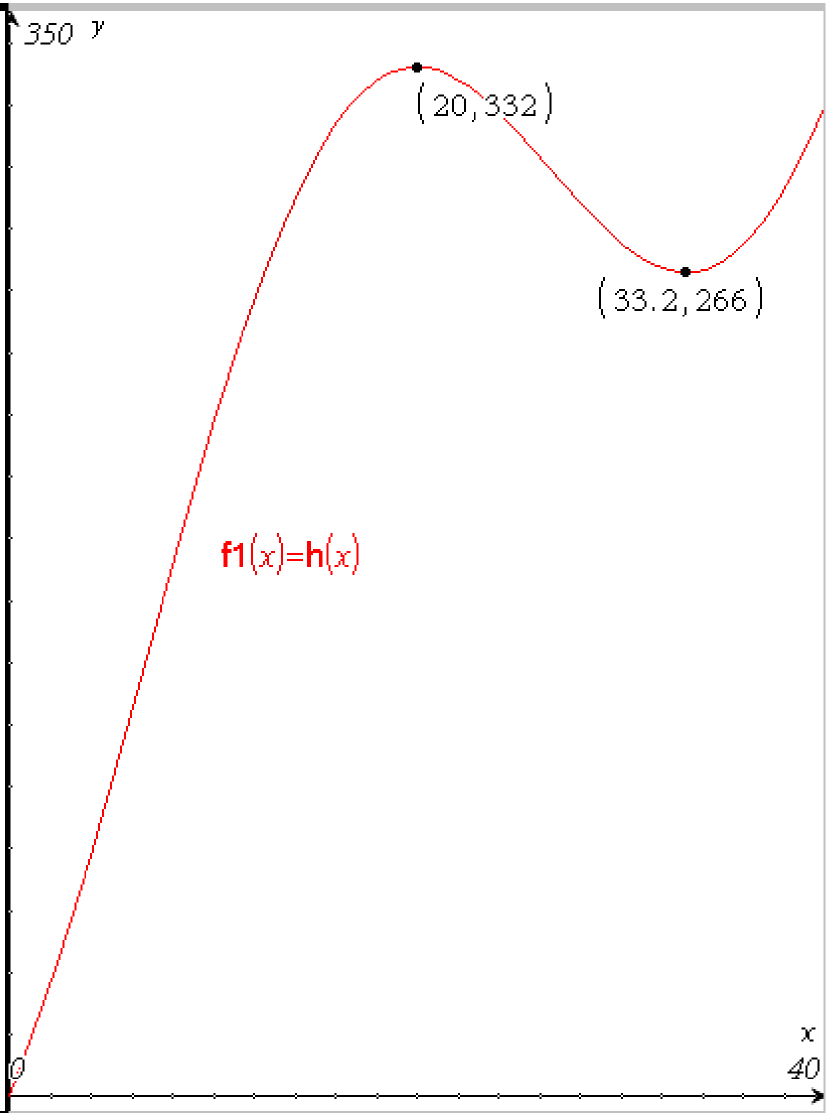
$\frac{d}{dt}(\mathbf{h}(t))$ ▸ $8.-15.7\cdot\sin(0.157\cdot t-2.608)$

Vi sætter lig nul og løser ligningen:

$\text{solve}(8.-15.7\cdot\sin(0.157\cdot t-2.608)=0,t)$

▸ $t=12.7389\cdot(\mathbf{n5}\cdot\pi+2.60746)$ or $t=12.7389\cdot(\mathbf{n5}\cdot\pi+1.57133)$

De eneste løsninger i definitions mængden er $t=20$ hvor der er lokalt maksimum og $t=33.2$ hvor der er lkalt minimum. Da værdien 332 i $t=20$ er større end i nogen af endepunterne må dette være det globale maksimum.



7.1

Opgave 11

Priserne for vare A og vare B er givet ved

$\mathbf{p}(x):=-0.01\cdot x+40$ ▸ *Udført*

og

$\mathbf{q}(y):=20$ ▸ *Udført*

a) Den samlede omsætning pr. uge kan bestemmes ved

$\mathbf{r}(x,y):=x\cdot \mathbf{p}(x)+y\cdot \mathbf{q}(y)$ ▸ *Udført*

$\mathbf{r}(x,y)$ ▸ $-0.01\cdot x^2+40.\cdot x+20\cdot y$

b) Niveaukurven $N(60000)$ er givet ved

$\text{solve}(\mathbf{r}(x,y)=60000,y)$ ▸ $y=0.0005\cdot x^2-2.\cdot x+3000$

så niveaukurven er grafen for et 2.−gradspolynomium og er dermed en parabel.

c) Af figuren fremgår at den maksimale omsætning antages på linjen $y=-0.2\cdot x+2000$. Dette sættes ind i kriteriefunktionen som herefter maksimeres.

$\mathbf{f}(x):=\mathbf{r}(x,-0.2\cdot x+2000)$ ▸ *Udført*

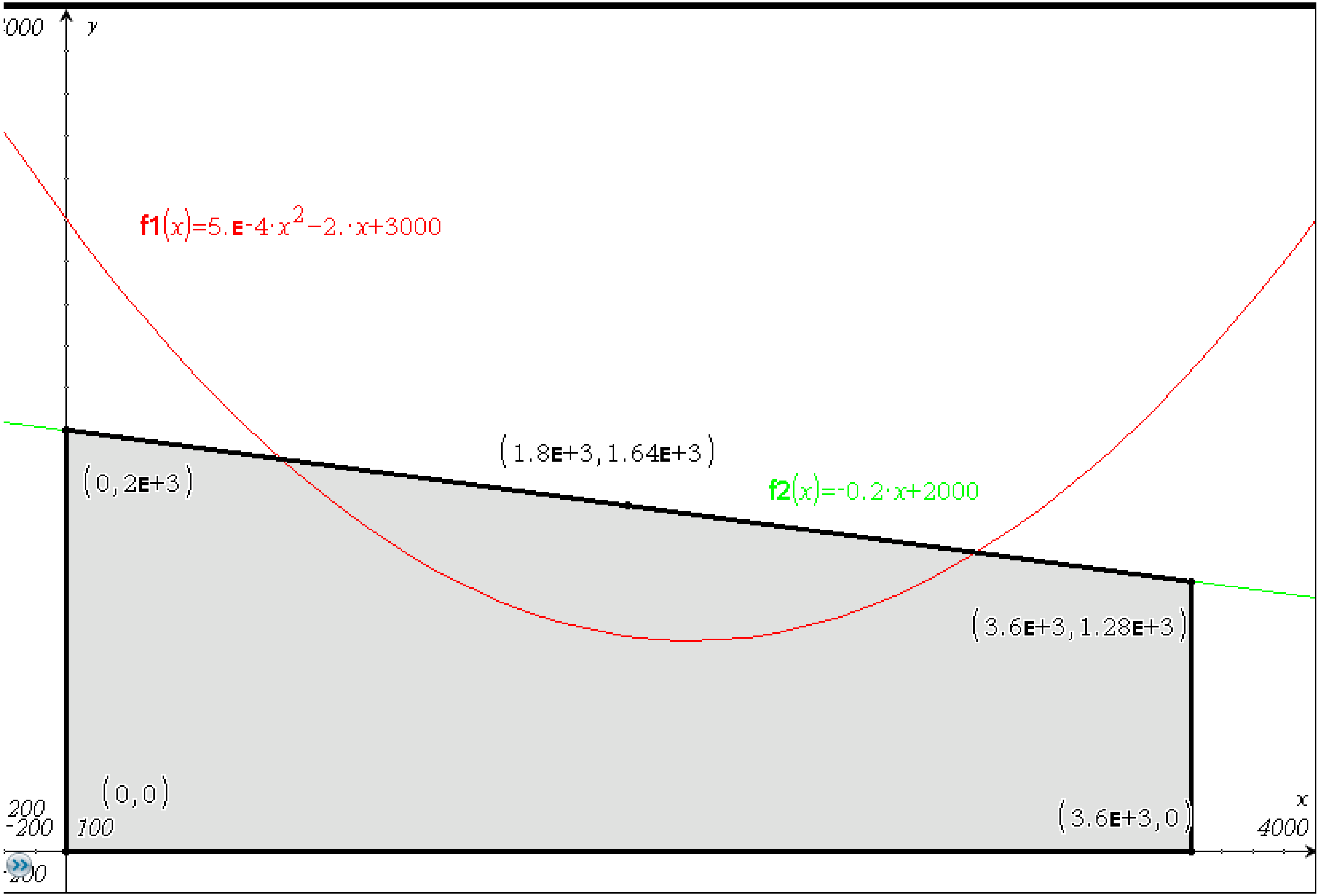
$\mathbf{f}(x)$ ▸ $-0.01\cdot x^2+36.\cdot x+40000.$

Ifølge toppunktsformlen har **f** maksimum for $x=\dfrac{-36}{2\cdot -0.01}$ ▸ $x=1800.$

Der skal derfor produceres 1800 stk. A og $-0.2\cdot 1800+2000$ ▸ $1640.$ stk. B for at opnå det størst mulige overskud.

8.1

Navn: Peter Harremoës, Mat A, vejledende sæt 1, delprøve med hjælpemidler. Denne del af opgaven er løst med TI-nspire CAs, Version 2.8. Punktum er brugt som decimalseparator.



8.2

Opgave 12C

a) Vi løser differentialligningen

$$\mathrm{deSolve}\left(y'=\frac{-y}{2}+70 \text{ and } y(0)=20,x,y\right) \blacktriangleright y=140-120\cdot e^{\frac{-x}{2}}$$

b) For at bestemme hvor mange mio. kroner virksomheden skal bruge på markedsføring for at få en omsætning på 120 mio. kroner løses ligningen

$$\mathrm{solve}\left(140-120\cdot e^{\frac{-x}{2}}=120.,x\right) \blacktriangleright x=3.58352$$

så der skal bruges ca. 3 584 000 kroner på markedsføring.

9.1