



**UNDERVISNINGS
MINISTERIET**
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.

Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 13C med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.

I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende tre datafiler:

golf

fakturering

film

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1

a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

- $Dm(f) = [-8; 5[$
- $Vm(f) = [-6; 7]$
- $f'(-3) = 0$
- f har højst to nulpunkter

Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 2

a) Gør rede for, at funktionen f med forskriften

$$f(x) = 2x^3 - x^2$$

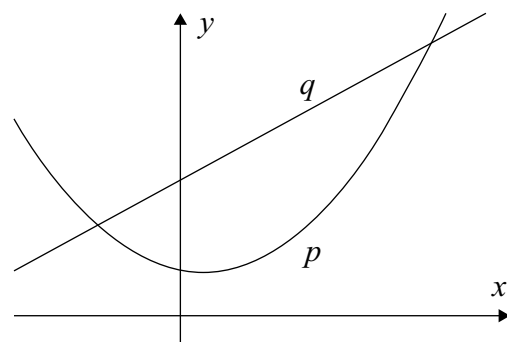
er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^3 + 4x^2 - 2x$.

Opgave 3

Funktionerne p og q er givet ved forskrifterne

$$p(x) = 2x^2 - x + 3 \quad \text{og} \quad q(x) = 3x + 9$$

a) Bestem koordinaterne til skæringspunkterne mellem grafen for p og grafen for q .



Opgave 4

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = 3x^5 - 6x^2 + \frac{1}{2}$$

a) Bestem den stamfunktion til f , hvis graf går gennem punktet $P(1, 3)$.

Opgave 5

For en bestemt vare gælder, at sammenhængen mellem varens pris og afsætning kan beskrives ved en lineær funktion $A(x) = a \cdot x + b$.

Ved en pris på 50 kr. pr. stk. kan der afsættes 2400 stk.

Ved en pris på 60 kr. pr. stk. kan der afsættes 2100 stk.

Pris, x	50	60
Afsætning, $A(x)$	2400	2100

- a) Bestem forskriften for A og bestem, hvor meget afsætningen falder, hvis prisen øges med 5 kr.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

Følgende to spørgsmål besvares uafhængigt af hinanden:

- a) Isolér a i udtrykket $M = S$, når det oplyses at

$$M = 1 + \frac{a}{b} \text{ og } S = a + b$$

Anvend eventuelt et CAS-værktøj.

- b) I udtrykket $Q = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot R}}$ skal R isoleres.

Forklaringer til omskrivningerne nedenfor skal gives. Bilag 2 kan benyttes.

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot R}}$$

Udtrykket er skrevet op.

$$Q^2 = \frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot R}$$

$$P \cdot Q^2 = \frac{2 \cdot F \cdot O}{R}$$

$$\frac{P \cdot Q^2}{2 \cdot F \cdot O} = \frac{1}{R}$$

$$R = \frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot Q^2}$$

Opgave 7

Sammenhængen mellem antal kørte km og udbudsprisen i kr. på brugte VW Golf ønskes undersøgt.

Data på 60 brugte VW Golf er indsamlet via hjemmesiden bilbasen.dk, der formidler køb og salg af brugte biler. Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *golf*.

km	udbudspris
23 000	239 900
218 000	119 900
126 000	214 900
:	:



- Bestem gennemsnittet og kvartilsættet for udbudspriserne.
- Lav et xy -plot af sammenhængen mellem antal kørte km x og udbudsprisen y , og opstil en lineær regressionsmodel $u(x) = a \cdot x + b$, der beskriver denne sammenhæng.
- Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten a og vurder, om det kan antages, at udbudsprisen falder med 1 kr. pr. kørt km.
- Skriv ud fra dine svar til spørgsmål a), b) og c) et kort indlæg til et bilmagasin, hvor du præsenterer resultaterne og betydningen af disse.

Kilde: *bilbasen.dk*

Opgave 8

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 8x^2 + 28x$$

- Bestem nulpunkterne for funktionen f .
- Bestem monotoniforholdene for funktionen f .

Opgave 9

En virksomhed producerer og sælger et produkt. I en model beskriver virksomheden den forventede efterspørgsel ved funktionen

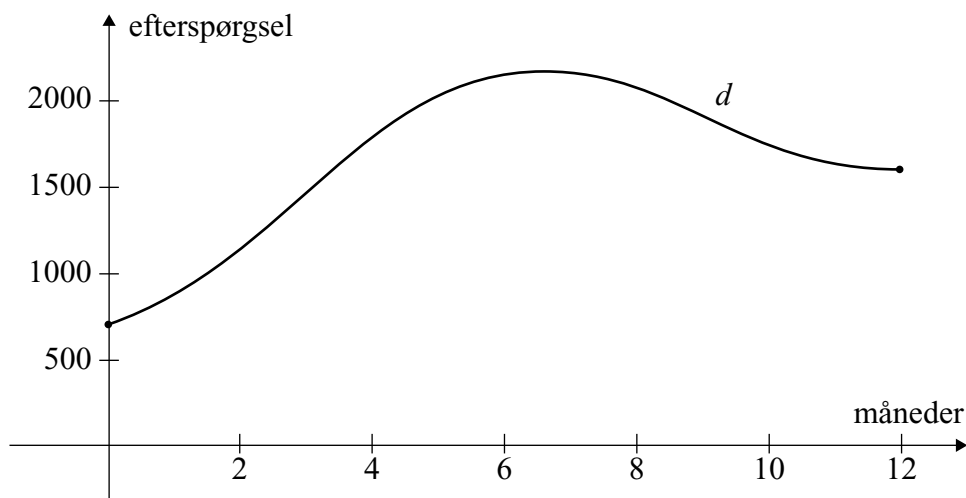
$$d(t) = 500 \cdot \cos(-0,5t + 3) + 75t + 1200 \quad , \quad 0 \leq t \leq 12$$

hvor $d(t)$ er den forventede efterspørgsel efter t måneder.

- a) Bestem den forventede efterspørgsel til tiden $t = 3$.

Den samlede forventede efterspørgsel SD efter de første m måneder kan bestemmes som $SD = \int_0^m d(t) dt$.

- b) Bestem den samlede forventede efterspørgsel efter de første 6 måneder.

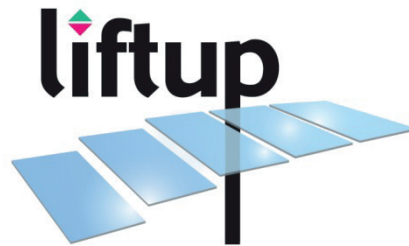


Opgave 10

Virksomheden LIFTUP A/S i Støvring fremstiller og sælger hjælpemidler til bevægelseshandicappede. Virksomheden sælger en stor del af produktionen til udlandet, og i disse tilfælde vil der blive faktureret i euro (EUR).

I en periode er der tilfældigt udtaget 144 ordrer, og det er registreret, om de enkelte ordrer er faktureret i euro eller i danske kroner (DKK). Nedenstående tabel viser et udsnit af de 144 registreringer, som findes i filen *fakturering*.

Faktureringsvaluta
DKK
EUR
DKK
:



Den stokastiske variabel X angiver antal ordrer i stikprøven faktureret i euro og er binomialfordelt med antalsparameter $n = 144$ og sandsynlighedsparameter p , hvor p angiver andelen af ordrer faktureret i euro.

a) Estimér andelen p .

Det antages nu, at X er binomialfordelt med antalsparameter $n = 144$ og sandsynlighedsparameter $p = 0,54$, dvs. $X \sim b(144; 0,54)$.

b) Bestem sandsynligheden for, at mindst halvdelen af 144 tilfældigt udtagne ordrer er faktureret i euro.

Kilde: Henrik Haugaard, salgschef, Liftup A/S.

Opgave 11

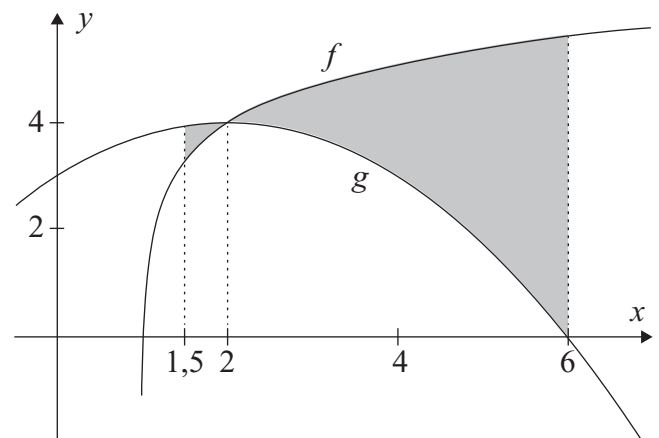
To funktioner f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x) = \ln(x-1) + 4, \quad x > 1$$

$$g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$$

Graferne for f og g skærer hinanden i $x = 2$.

De grå områder på figuren er afgrænset af graferne for f og g samt linjerne $x = 1,5$ og $x = 6$.



a) Bestem det samlede areal af de grå områder.

Opgave 12

En virksomhed afsætter to varer A og B. Det samlede ugentlige dækningsbidrag DB kan bestemmes ved

$$DB(x, y) = -x^2 + 800x - 0,25y^2 + 300y$$

hvor x angiver afsætningen pr. uge af vare A, og y angiver afsætningen pr. uge af vare B.

- a) Bestem det samlede ugentlige dækningsbidrag ved en produktion på 300 stk. af vare A og 600 stk. af vare B.

En niveaukurve $N(t)$ er givet ved $DB(x, y) = t$.

- b) Gør rede for, at $N(240\,000)$ fremstiller en ellipse med centrum i $(400, 600)$ og tegn $N(240\,000)$ i et koordinatsystem.

Afsætningen af vare A og vare B er underlagt følgende betingelser:

$$1,5x + 3y \leq 2400$$

$$0,25x + 0,25y \leq 250$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

- c) Bestem den afsætning af vare A og vare B, der giver det størst mulige samlede ugentlige dækningsbidrag.

**Af opgaverne 13A, 13B og 13C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 13A

Ejeren af en mindre virksomhed har indsat en del af virksomhedens overskud på en konto. I løbet af 4 år er saldoen på kontoen vokset til 442081,30 kr. Renten tilskrives årligt og er i hele perioden 4,2% p.a.

a) Bestem størrelsen af det indsatte beløb.

Ejeren ønsker saldoen udbetalt med en fast årlig ydelse i de efterfølgende 5 år. Renten er fortsat 4,2% p.a.

b) Bestem størrelsen af den årlige ydelse.

Opgave 13B

For en vare gælder, at ændringen i salgsprisen er omvendt proportional med afsætningen af varen. Dette kan udtrykkes ved differentialligningen

$$p'(x) = a \cdot \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

hvor a er en konstant, og hvor $p(x)$ angiver salgsprisen pr. stk. ved en afsætning på x stk.

Det oplyses, at $a = -0,82$.

a) Bestem den fuldstændige løsning til differentialligningen.

For varen gælder, at der afsættes 10000 stk., når salgsprisen er 89 kr. pr. stk.

b) Bestem forskriften for funktionen p .

Opgave 13C

Filmen ”*The Hobbit: The Desolation of Smaug*” er blevet vist for et udvalgt publikum. Efterfølgende blev publikum bedt om at oplyse alder og svare på i hvilken grad, de ville anbefale filmen til andre.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *film*.

Holdning	Alder
e) Ved ikke	15-25 år
b) Vil måske anbefale	26-40 år
:	:



I forbindelse med markedsføring af filmen ønskes det undersøgt, om der er en sammenhæng mellem alder og holdning til filmen.

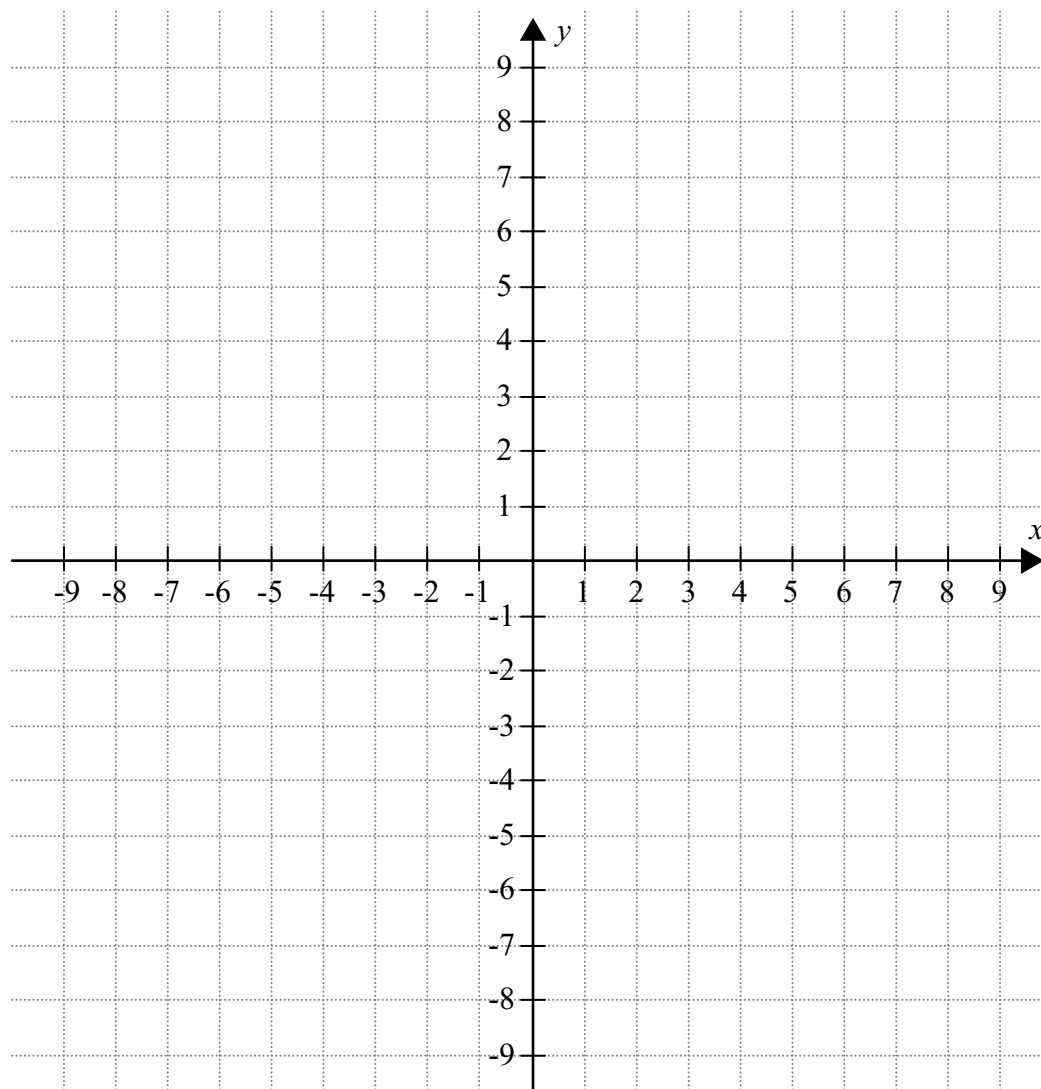
- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra filen *film* og opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste, om der er en sammenhæng mellem alder og holdning til filmen.

	15-25 år	26-40 år	over 40 år	Total
a) Vil bestemt anbefale				
b) Vil måske anbefale				
c) Vil ikke anbefale				
d) Vil fraråde				
e) Ved ikke				
Total				325

- b) Undersøg med et signifikansniveau på 5%, om nulhypotesen kan forkastes og bestem bidragene til χ^2 -teststørrelsen.

Bilag 1 til opgave 1

Skole:	Hold:
Eksamensnr.:	Navn:



Bilag 2 til opgave 6

Skole:	Hold:
Eksamensnr.:	Navn:

$$Q = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot R}}$$

Udtrykket er skrevet op.

$$Q^2 = \frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot R}$$

$$P \cdot Q^2 = \frac{2 \cdot F \cdot O}{R}$$

$$\frac{P \cdot Q^2}{2 \cdot F \cdot O} = \frac{1}{R}$$

$$R = \frac{2 \cdot F \cdot O}{P \cdot Q^2}$$
