MINISTERIET FOR BØRN OG UNDERVISNING
KVALITETS- OG TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

1. Delprøve, uden hjælpemidler
kl. 9.00-10.00

Mandag den 4. juni 2012
kl. 9.00 - 14.00

hhx121-MAT/A-04062012

Matematik A
Prøven uden hjælpemidler

Prøvens varighed er 1 time.

Dette opgavesæt består af 5 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, må ikke benyttes.

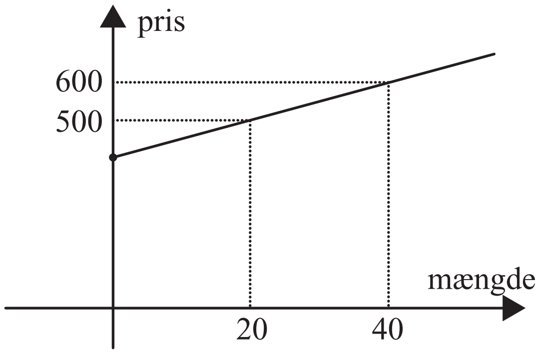
Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Opgave 1

Udbuddet af en vare kan beskrives ved en lineær funktion, $s(x) = ax + b$, hvor x er mængden i kg og $s(x)$ er prisen pr. kg.



Ved en mængde på 20 kg er prisen 500 kr. pr. kg.
Ved en mængde på 40 kg er prisen 600 kr. pr. kg.

x	20	40
$s(x)$	500	600

a) Bestem en forskrift for funktionen s.

Opgave 2

Vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved $\vec{a} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ 2 \end{pmatrix}$.

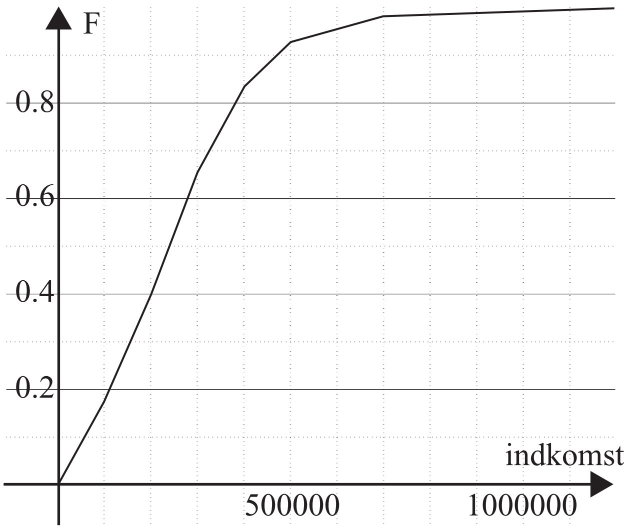
a) Bestem værdien af t, således at $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

Opgave 3

Diagrammet viser den summerede frekvens F af indkomstfordelingen for befolkningen i Danmark år 2011.

Det oplyses, at 75%-fraktilen er 354 529,60 kr.

a) Forklar betydningen af 75%-fraktilen og bestem den andel af befolkningen, der har en indkomst på højst 200 000 kr.



Kilde: http://www.skm.dk.statistik/indkomstfordeling

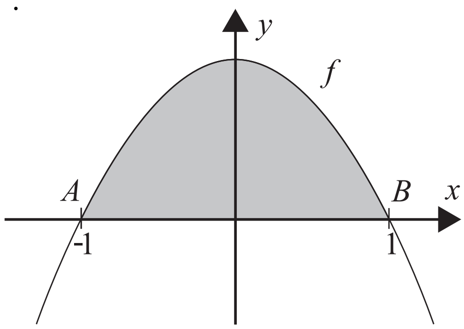
Opgave 4

Om en funktion f gælder, at $f'(x) = \sqrt{x+7} - x$.

a) Bestem $f'(2)$ og forklar, hvad denne værdi fortæller om f.

Opgave 5

En funktion f er givet ved forskriften $f(x) = -3x^2 + 3$.
Grafen for f skærer x-aksen i punkterne $A(-1,0)$ og $B(1,0)$.



a) Bestem arealet af det grå område på figuren.

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

MINISTERIET FOR
BØRN OG
UNDERVISNING
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Højere handelseksamen

2. Delprøve

Mandag den 4. juni 2012
kl. 9.00 - 14.00

hhx121-MAT/A-04062012

Matematik A
Prøven med hjælpemidler

Prøvens varighed er 5 timer.

Dette opgavesæt består af 8 opgaver, hvor hvert delspørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Af opgaverne 8A og 8B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration. Hvor hjælpemidler, herunder IT-værktøjer, er benyttet, skal mellemregninger erstattes af forklarende tekst.

Opgave 1

Ribers Kredit Information, RKI, er et register over danskere, der er registreret som dårlige betalere. Tabellen nedenfor viser aldersfordelingen af registrerede personer pr. juli 2011.

Alder	Antal registrerede personer
$]20;30]$	48280
$]30;40]$	53207
$]40;50]$	56166
$]50;60]$	29191
$]60;70]$	11200
$]70;80]$	2010

Kilde: http://www.experian.dk/assets/presse/brochures/rki-analyse-efteraar-2011.pdf

a) Tegn et diagram, der beskriver fordelingen.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typeinterval
kvartilsæt
gennemsnit
varians
standardafvigelse

b) Beskriv fordelingen ved hjælp af 2 statistiske deskriptorer.

Opgave 2

To vektorer er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ t+7 \end{pmatrix}$$

hvor t er et tal.

a) Bestem skalarproduktet $\vec{a} \cdot \vec{b}$ når $t = 1$.

b) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ når $t = 1$.

Parallelogrammet udspændt af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har arealet 15 for to værdier af t.

c) Bestem disse to værdier af t.

Opgave 3

De samlede variable omkostninger C ved en produktion kan beskrives ved funktionen

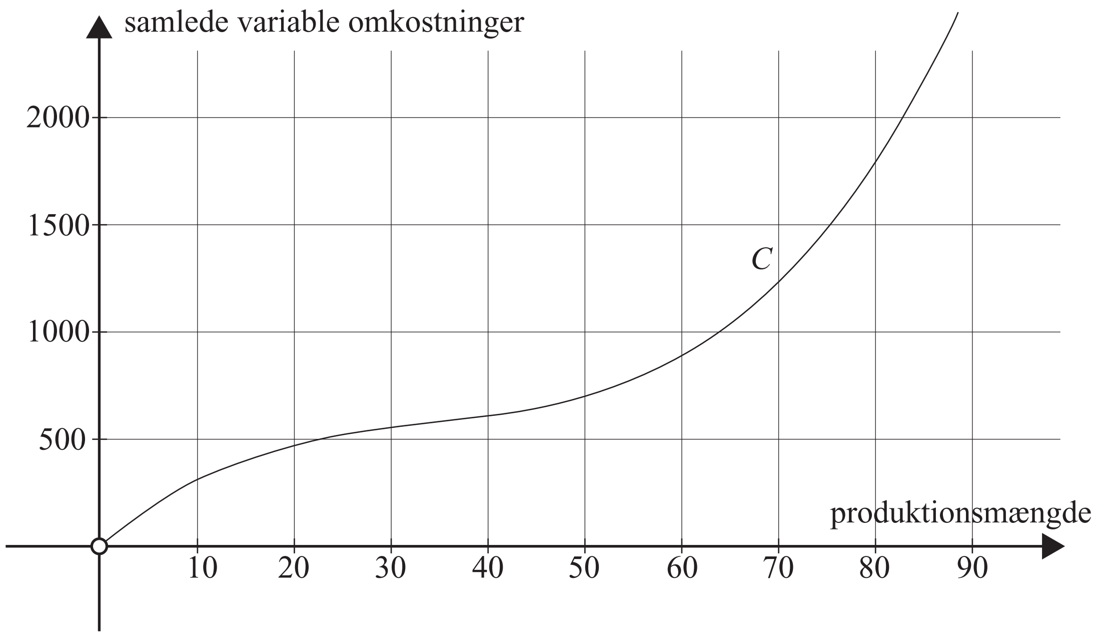
$$C(x) = 0{,}01x^3 - 1{,}02x^2 + 40x \quad , \quad x > 0$$

hvor x er produktionsmængden.

a) Bestem de samlede variable omkostninger ved en produktionsmængde på 50.

De variable enhedsomkostninger er lavest, hvor grafen for C har vendetangent.

b) Bestem den produktionsmængde, der har de laveste variable enhedsomkostninger.



Opgave 4

En funktion f er givet ved forskriften

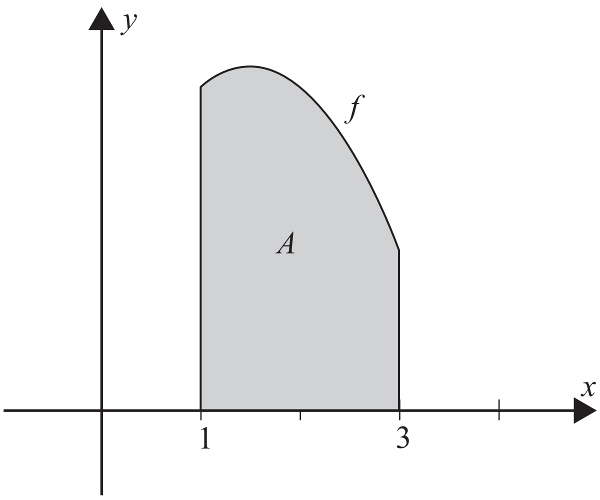
$$f(x) = -x^2 + 3x + 2 \quad , \quad 1 \le x \le 3$$

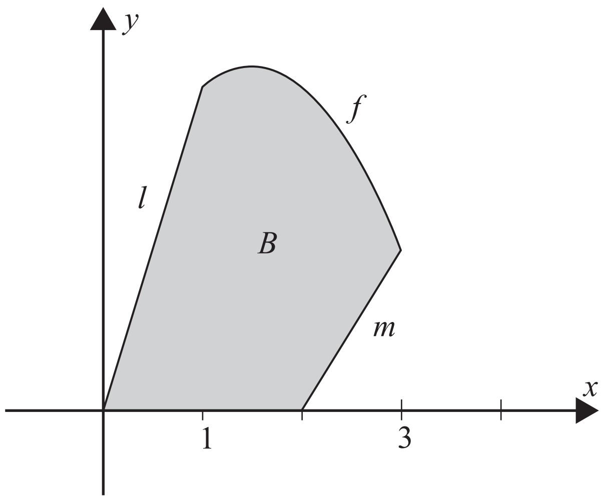
Et område A afgrænses af grafen for f, x-aksen samt linjerne med ligningerne $x = 1$ og $x = 3$.

a) Bestem arealet af det grå område A.

Et område B afgrænses af grafen for f, x-aksen samt linjerne l og m med ligningerne $y = 4x$ og $y = 2x - 4$.

b) Bestem arealet af det grå område B.





Opgave 5

Mange lånetilbud tilbydes på internettet.

Annoncen viser et eksempel på et tilbud, hvor et lån på 12 000 kr. skal tilbagebetales over 36 måneder med en månedlig ydelse på 491 kr.

Kilde: http://www.leasy.dk/kontantlaan

a) Gør rede for, at den månedlige rente på lånet er 2,2642 %.

b) Bestem restgælden umiddelbart efter, at den 16. ydelse er betalt.

Opgave 6

Differentialkvotienten for en funktion f er givet ved

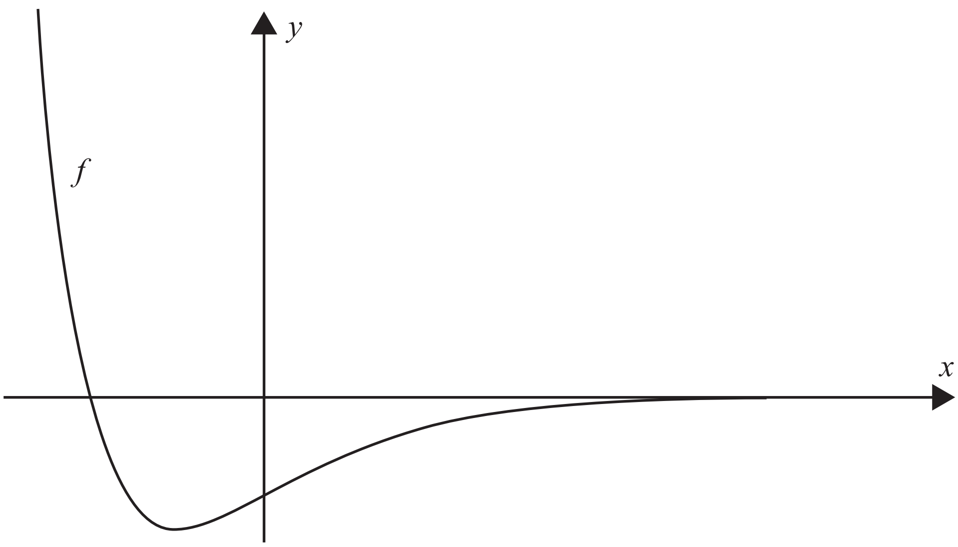
$$f'(x) = x \cdot e^{-x} + e^{-x}$$

For at bestemme monotoniforholdene for f udregnes først eventuelle nulpunkter for f'.
Nulpunkterne for f' er bestemt nedenfor.

a) Forklaring til nedenstående linjer skal gives. Benyt eventuelt bilag 1.

$x \cdot e^{-x} + e^{-x} = 0$	$f'(x)$ sættes lig nul.
$e^{-x} \cdot (x+1) = 0$	________________________________
$e^{-x} = 0 \quad \vee \quad x = -1$	________________________________
$x = -1$	________________________________

Grafen for funktionen f er vist nedenfor.



b) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

Opgave 7

En virksomhed producerer og afsætter to varer A og B.

Det samlede ugentlige overskud P er bestemt ved

$$P(x,y) = -0{,}25x^2 + 30x - y^2 + 170y - 6500$$

hvor x angiver afsætningen i stk. pr. uge af vare A og y angiver afsætningen i stk. pr. uge af vare B.

Niveaukurven $N(t)$ er givet ved $P(x,y) = t$.

a) Gør rede for, at niveaukurven $N(1525)$ er en ellipse med ligningen $\frac{(x-60)^2}{400} + \frac{(y-85)^2}{100} = 1$.

Produktionen er begrænset af, at virksomheden maksimalt kan producere 100 stk. af varerne pr. uge, hvilket betyder at $x + y \leq 100$.

b) Gør rede for, at der skal produceres og afsættes 24 stk. af vare A pr. uge og 76 stk. af vare B pr. uge for at det samlede ugentlige overskud bliver størst muligt.

Stykprisen $p(x)$ på vare A er bestemt ved

$$p(x) = -0{,}25x + 35 \quad , \quad 0 \leq x \leq 140$$

Stykprisen $q(y)$ på vare B er bestemt ved

$$q(y) = -y + 215 \quad , \quad 0 \leq y \leq 215$$

c) Bestem den stykpris på vare A og den stykpris på vare B, der giver det størst mulige samlede overskud pr. uge.

Af opgaverne 8A og 8B
må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis begge opgaver afleveres,
bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

Opgave 8A

En funktion f er givet ved forskriften

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 10x$$

Funktionen kan blandt andet beskrives ved følgende analysepunkter:

nulpunkter
fortegnsvariation
monotoniforhold
ekstrema
krumningsforhold

a) Beskriv funktionen f ved hjælp af 2 af ovennævnte analysepunkter.

Grafen for funktionen f har to tangenter med hældning -1.
Den ene tangent har røringspunkt $(-3, 30)$.

b) Bestem røringspunktet for den anden tangent.

Opgave 8B

En lineær funktion i to variable er givet ved

$$f(x,y) = 75x + 100y$$

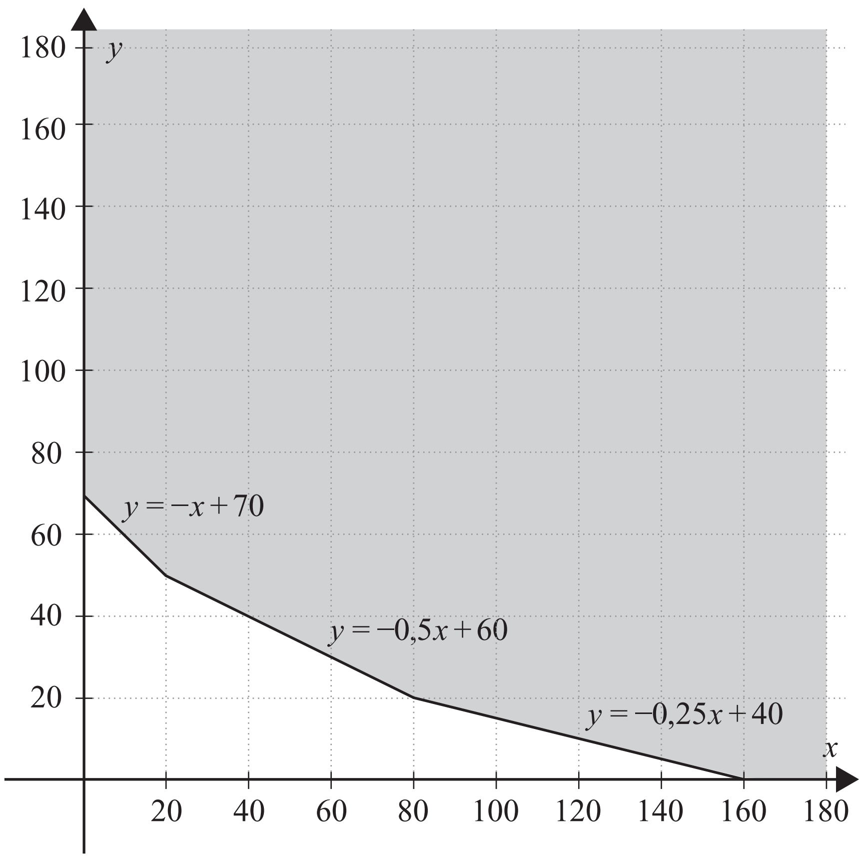
For de to variable gælder betingelserne:

$$y \geq -x + 70$$
$$y \geq -0{,}5x + 60$$
$$y \geq -0{,}25x + 40$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Disse betingelser definerer et polygonområde, der er vist som det grå område på figuren.
Figuren er gengivet i bilag 2.

a) Bestem det punkt inden for polygonområdet, hvor f antager sin mindsteværdi.

b) Bestem det interval, hvor koefficienten til x i forskriften for f kan variere, når punktet fundet i spørgsmål a) fastholdes som det punkt, hvor f antager sin mindsteværdi.



Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Bilag 1 til opgave 6 (med hjælpemidler).

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**

$x \cdot e^{-x} + e^{-x} = 0$	$f'(x)$ sættes lig nul.
$e^{-x} \cdot (x+1) = 0$	______________________________
$e^{-x} = 0 \quad \vee \quad x = -1$	______________________________
$x = -1$	______________________________

Bilag 2 til opgave 8B **(med hjælpemidler).**

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	**Navn:**