



BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik A

---

Højere handelseksamen

*Ny ordning*

Mandag den 25. maj 2020  
kl. 9.00 - 14.00

## **Matematik A**

Prøven består af to delprøver.

**Delprøve 1** består af opgave 1 til 6 med i alt 6 spørgsmål.

Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres *senest* kl. 10.

Til denne del må kun den officielle formelsamling anvendes.

**Delprøve 2** består af opgave 7 til 12 med i alt 17 spørgsmål.

Hjælpemidler må anvendes efter delprøve 1 er afleveret.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

10 af spørgsmålene er mindstekravsopgaver og er markeret med grønt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

*sort arbejde*

*branche*

**Delprøve 1**

Kl. 9.00 – 10.00

**Opgave 1** Om grafen for en funktion  $f$  gælder følgende:

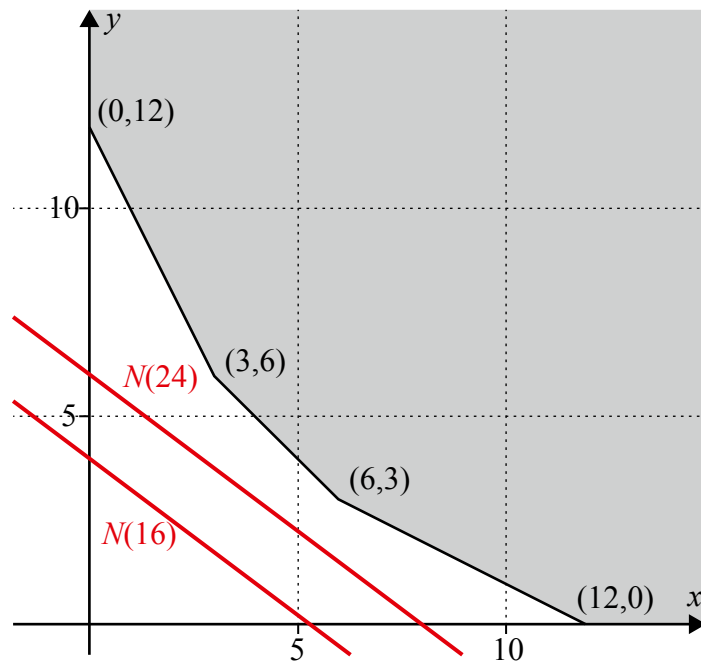
- $\text{Dm}(f) = ]-4; 8]$
- $f'(x) > 0$  når  $-4 < x \leq 0$
- $f''(3) = 0$
- funktionen har 2 nulpunkter

a) Tegn en graf for  $f$ . Bilag 1 kan benyttes.**Opgave 2** En ellipse har ligningen

$$9x^2 - 90x + 4y^2 + 16y + 205 = 0$$

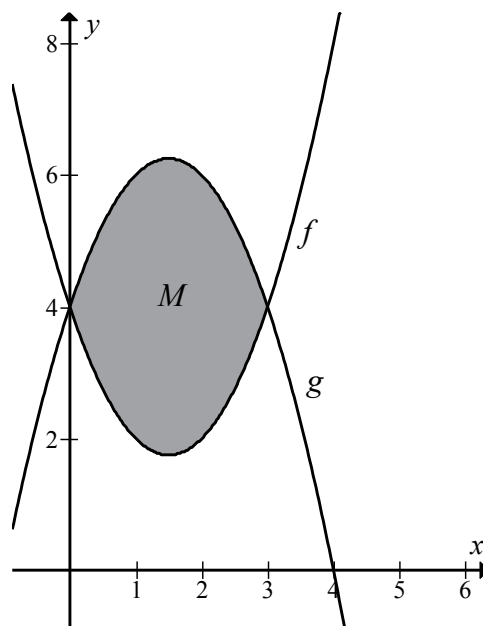
a) Gør rede for, at ellipsen har centrum i  $(5, -2)$  og halvaksler  $a = 2$  og  $b = 3$ .**Opgave 3** En lineær funktion  $f$  af to variable er givet ved forskriften

$$f(x, y) = 3x + 4y$$

I nedenstående koordinatsystem er indtegnet to niveaulinjer  $N(16)$  og  $N(24)$  for  $f$  og et polygonområde markeret med gråt.a) Bestem mindsteværdien for  $f$  indenfor polygonområdet.

**Opgave 4** I figuren ses et område  $M$  mellem to funktioner  $f$  og  $g$ , givet ved forskrifterne

$$f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad \text{og} \quad g(x) = -x^2 + 3x + 4$$



a) Bestem arealet af området  $M$ .

**Opgave 5**

a) Gør rede for, at  $y = -3\ln(x) + \frac{1}{2}x^2 - 5x - 3$  er løsning til differentialligningen

$$x \cdot y' - 3\ln(x) = y + \frac{1}{2}x^2.$$

**Opgave 6**



a) Skriv en sammenhængende tekst på ca.  $\frac{1}{2}$  side om eksponentielle funktioner. Inddrag flest mulige faglige begreber og giv et eksempel på en anvendelse.

**Besvarelsen af delprøve 1 afleveres *senest* kl. 10.00**

**Delprøve 2**

Kl. 9.00 – 14.00

**Opgave 7**

En person køber et sommerhus til 1 600 000 kr. Der kan optages lån på 75% af sommerhusets værdi i en kreditforening. En lånemulighed er et kreditforeningslån over 20 år med kvartårlige ydelser til en rente på 0,3 % pr. kvartal.



- a) Bestem ydelsen på kreditforeningslånet.

Sommerhuset skal primært bruges til udlejning. De faste udgifter til sommerhuset er 3400 kr. pr. måned.

Personen ønsker, at indtjeningen fra udlejningen skal dække de faste omkostninger og renterne på lånet.

- b) Bestem, hvor meget personen skal tjene på udlejningen det første år efter anskaffelsen for at dække de faste omkostninger og renteudgifterne på lånet.

**Opgave 8**

En funktion  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = (-2x + 2) \cdot \sqrt{-x^2 + 2x + 8}$$

- a) Bestem definitionsmængden og nulpunkterne for  $f$ .
- b) Nedenfor er stamfunktionen  $F(x) = \int f(x) dx$  bestemt.  
Forklaringer til udregningerne 1) - 4) skal gives.

1)  $\int (-2x + 2) \cdot \sqrt{-x^2 + 2x + 8} dx$  \_\_\_\_\_

2)  $= \int \sqrt{t} dt$  \_\_\_\_\_

3)  $= \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} + c$  \_\_\_\_\_

4) \_\_\_\_\_  $t$  substitueres tilbage i udtrykket fra 3)

- c) Benyt stamfunktionen fra spørgsmål b) til at bestemme arealet mellem grafen for  $f$  og  $x$ -aksen i intervallet fra  $-2$  til  $4$ .

**Opgave 9** En virksomhed producerer og sælger en vare i to modeller, MODENA og TRENTO.

For modellen MODENA gælder, at prisen er givet ved

$$p_1(x) = -0,50x + 60 \quad , \quad 0 \leq x \leq 120$$

hvor  $x$  er afsætningen i stk., og  $p_1(x)$  er salgsprisen i kr. pr. stk.

For modellen TRENTO gælder, at prisen er givet ved

$$p_2(y) = -0,10y + 40 \quad , \quad 0 \leq y \leq 400$$

hvor  $y$  er afsætningen i stk., og  $p_2(y)$  er salgsprisen i kr. pr. stk.

De variable enhedsomkostninger ( $VE$ ) er 10 kr. pr. stk. for begge modeller.

Dækningsbidraget for en vare bestemmes som

$$\text{dækningsbidrag} = (\text{salgspris} - VE) \cdot \text{afsætning}$$



a) Bestem forskriften for det samlede dækningsbidrag.

Virksomheden har en samlet kapacitet på 140 stk. om ugen, dvs.  $x + y \leq 140$

b) Gør rede for, at niveaukurverne  $N(t)$  er ellipser for  $t < 3500$ , og tegn  $N(3000)$  i et koordinatsystem sammen med polygonområdet.

c) Bestem det største mulige samlede dækningsbidrag.

**Opgave 10** En stikprøve af månedslønnen i en bestemt branche for 49 mænd og 64 kvinder er udtaget.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *branche*.

Mænds månedsløn	Kvinders månedsløn
37345	34766
33535	36249
:	:



a) Bestem gennemsnittet og variansen i stikprøven for månedslønnen for både mænd og kvinder.

b) Opstil hypotesen for om varianserne kan antages at være ens, og test denne med et signifikansniveau på 5%.

c) Vurdér, om der er forskel på lønnen for de to køn.

**Opgave 11** Rockwoolfonden har gennem en årrække undersøgt danskernes brug af sort arbejde.

Fonden har i en stikprøveundersøgelse fra 2018, hvor 1661 personer har deltaget, blandt andet undersøgt om der er geografisk forskel på andelen af udført sort arbejde. De repræsentativt udvalgte personer har svaret på, om de har udført sort arbejde.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *sort arbejde*.

Befolkningstæthed	Sort arbejde
Storby	Nej
Provins	Ja
:	:



- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra stikprøven og opstil en nulhypotese, der kan anvendes til at teste, om der er en sammenhæng.

	Ja	Nej	Total
Land			
Provins			
Storby			
Total			<b>1661</b>



- b) Bestem bidragene til  $\chi^2$ -teststørrelsen og forklar, hvordan bidraget fra de personer i provinsen, der svarede "Nej" udregnes.  
Test desuden hypotesen med et signifikansniveau på 5%.

Rockwoolfonden har også løbende undersøgt udviklingen i andelen af udført sort arbejde i perioden 2008 til 2017 ved hjælp af en række stikprøveundersøgelser.

Udviklingen i andelen der har udført sort arbejde, kan ses i nedenstående tabel og findes også i filen *sort arbejde*.

År	2008	2009	2010	2011	2012	2014	2016	2017
Andel der har udført sort arbejde	25,9%	22,3%	25,8%	23,9%	22%	21,8%	21%	19,8%



- c) Lav et  $xy$ -plot, og opstil en lineær regressionsmodel  $y = ax + b$ , hvor  $x$  er år efter 2008 og  $y$  er andelen, der har udført sort arbejde.
- d) Tegn et residualplot og bestem et 95%-konfidensinterval for hældningen  $a$ .  
Vurdér om andelen af udført sort arbejde er faldende.

Kilde: [www.rockwoolfonden.dk/app/uploads/2018/12/Sort-arbejde-gør-det-selv-arbejde-og-deleøkonomi](http://www.rockwoolfonden.dk/app/uploads/2018/12/Sort-arbejde-gør-det-selv-arbejde-og-deleøkonomi).

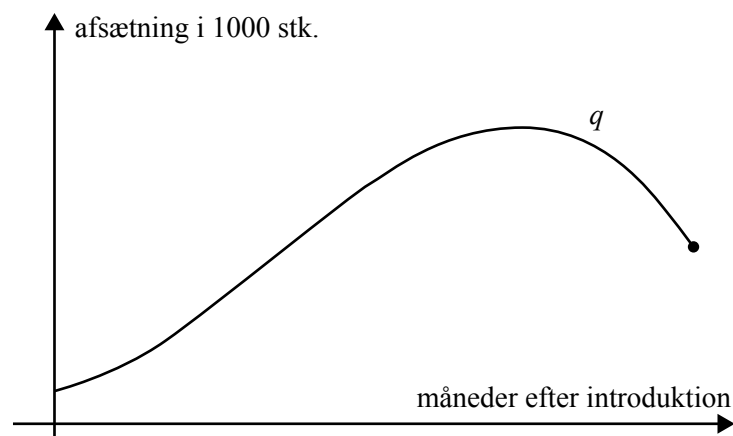
**Opgave 12** Et produkts livscyklus er beskrevet ved følgende differentialligning

$$\frac{dq}{dt} = -0,06t^2 + 0,6t + 0,6 \quad , \quad 0 \leq t \leq 15$$

hvor  $q(t)$  er er afsætningen (i 1000 stk.)  $t$  måneder efter introduktionen.

Ved produktets introduktion afsættes der 2000 stk. dvs.  $q(0) = 2$ .

- Bestem en forskrift for  $q$ .
- Bestem det tidspunkt i produktets levetid, hvor afsætningen vokser hurtigst.





**Bilag 1 til opgave 1**

<b>Skole:</b>	<b>Hold:</b>
<b>Eksamensnr.</b>	<b>Navn:</b>

