Opgave 1

Da den årlige rente er 5 % og primo restgæld er 10 000 kr. er rentebeløbet $10000 \cdot 0.05 = \underline{\underline{500 \text{ kr.}}}$ Da ydelsen er 2000 kr. og rentebeløbet er 500 kr. er afdraget 2000-500=$\underline{\underline{1500 \text{ kr.}}}$ Da primo restgæld er 10 000 kr. er ultimo restgæld 10000-1500=$\underline{\underline{8500 \text{ kr.}}}$

Opgave 2

De afledte for funktionen bestemmes.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 3x^2 - 9x + 4\,, \\ f'(x) &= 3x^2 - 6x - 9\,, \\ f''(x) &= 6x - 6\,. \end{aligned}$$

a) For at bestemme monotoniforholdene løses ligningen

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 \\ 3x^2 - 6x - 9 &= 0 \\ x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ x &= \frac{-(-2) \pm \left((-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)\right)^{1/2}}{2 \cdot 1} \\ x &= \frac{2 \pm 4}{2} = 1 \pm 2 = \begin{cases} 3 \\ -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Monotoniforholdene bestemmes ved at indsætte passende valgte værdier i beregningsforskriften for f' .
f har positiv vækst i $]-\infty; -1]$.
f har negativ vækst i $[-1; 3]$.
f har positiv vækst i $[3; \infty[$.
f har lokalt maksimum for $x = -1$ med værdi $f(-1) = 9$.
f har lokalt minimum for $x = 3$ med værdi $f(3) = -23$.
b) For at bestemme krumningsforholdene løses ligningen

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0\,, \\ 6x - 6 &= 0\,, \\ 6x &= 6\,, \\ x &= 1\,. \end{aligned}$$

Krumningsforholdene bestemmes ved at indsætte passenden valgte værdier i beregningsforskriften for f''.
f har negativ krumning i $]-\infty; 1]$.
f har positiv krumning i $[1; \infty[$.
Da grafen for f skifter krumning ved $x = 1$, er der vedndetangent med $x_0 = 1$. Der gælder $f(1) = -7$ og $f'(1) = -12$. Vendetangenten har derfor ligning

$$\begin{aligned} y &= -12 \cdot (x - 1) - 7 \\ y &= \underline{\underline{-12x + 5}}. \end{aligned}$$

Opgave 3

Det ubestemte integral udregnes ved substitutionen $t = x^2 + 4$ og $\mathrm{d}t = 2x\,\mathrm{d}x$.

$$\begin{aligned}\int 2x \cdot \left(x^2+4\right)^{1/2}\,\mathrm{d}x &= \int \left(x^2+4\right)^{1/2} \cdot 2x\,\mathrm{d}x\\ &= \int t^{1/2}\,\mathrm{d}t\\ &= \frac{t^{3/2}}{3/2} + k,\ k \in \mathbb{R}\\ &= \underline{\underline{\frac{2}{3} \cdot \left(x^2+4\right)^{3/2} + k,\ k \in \mathbb{R}.}}\end{aligned}$$

Opgave 4

Da $f(x) = ax^2 + bx$ er $f'(x) = 2ax + b$. Linjeelementet benyttes til at opskrive et ligningssystem som derefter løses.

$$\begin{cases} f(1) &= 2\\ f'(1) &= -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \cdot 1^2 + b \cdot 1 &= 2\\ 2 \cdot a \cdot 1 + b &= -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b &= 2\\ 2a + b &= -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b &= 2\\ a &= -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3 + b &= 2\\ a &= -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b &= 5\\ a &= -3 \end{cases}$$

Derfor er $\underline{\underline{a = -3 \text{ og } b = 5}}$. Heraf ses at $f(x) = -3x^2 + 5x$ og $\underline{\underline{f'(x) = -6x + 5}}$.

Opgave 5

Udgangspunktet for sandsynlighedsregning er et sandsynlighedsfelt, som består af et udfaldsrum og en sandsynlighedsfunktion, som tildeler en sandsynlighed til hvert udfald i udfaldsrummet. Sandsynlighederne for de enkelte udfald skal være tal i [0;1] og den samlede sandsynlighed skal være 1. I roulette er udfaldene et af de hele talfra 0 til 36. Hver af disse tal har sandsynlighed $1/37$. I dette tilfælde er alle sandsynligheder lige store og man siger at sandsynlighedsfeltet er symmetrisk. En hændelse er delmængde af udfaldsrummet og en hændelses sandsynlighed fås ved at lægge sandsynlighederne for de enkelte udfald i hændelsen sammen. I et symmetrisk sandsynlighedsfelt kan sandsynligheden for en hændelse udregnes som antal gunstige divideret med antal mulige. Sandsynligeden for rød i roulette er derfor $18/37$.

Hvis A og B er hændelser og $P(B) \neq 0$ så defineres den betingede sandsynlighed for A givet B ved

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

Hvis A betegner hændelsen rød og B betegner hændelsen 1st 12, så er

$$P(A) = \frac{6/37}{12/37} = \frac{1}{2}.$$

Hvis $P(A) = P(A \mid B)$, så siges hændelserne A og B at være uafhængige. I roulette ses at hændelsen rød ikke er udafhængig af hændelsen 1st 12.

Opgave 6

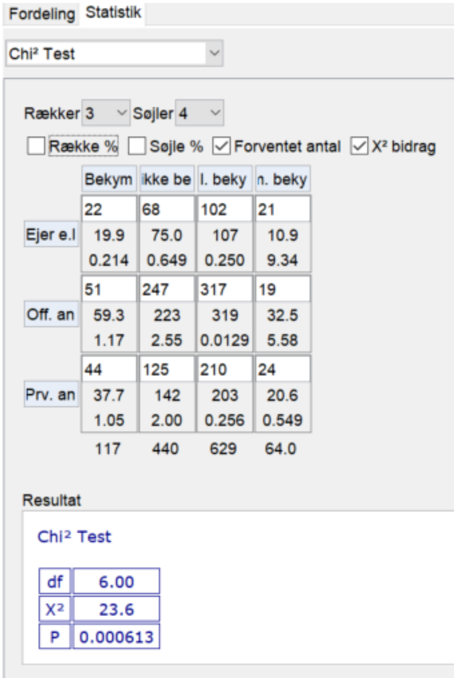
a) Data fra filen corona er optalt ved hjælp af en pivottabel. Resultatet fremgår af nedenstående tabel.

Rækkenavne	Bekymret	Ikke bekymret	Lidt bekymret	Meget bekymret	Hovedtotal
Ejer,medejer el lign.	22	68	102	21	213
Offentlig ansat	51	247	317	19	634
Privat ansat	44	125	210	24	403
Hovedtotal	**117**	**440**	**629**	**64**	**1250**

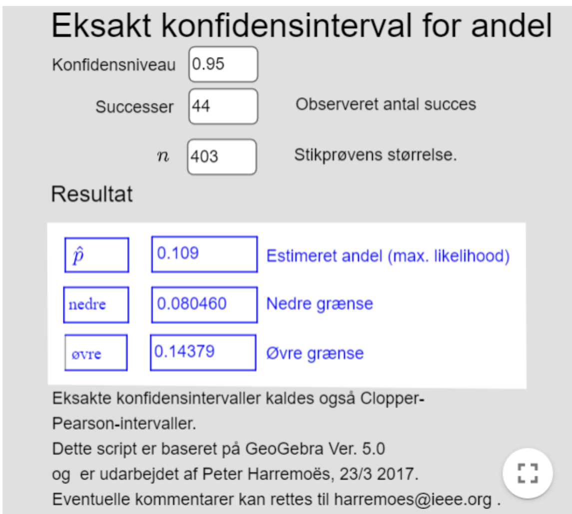
b) Under antagelse af uafhængighed beregnes den forventede værdi for privatansatte, der svarer bekymret ved

$$\frac{\text{Rækkesum} \cdot \text{Søjlesum}}{\text{Total}} = \frac{403 \cdot 117}{1250}$$
$$= \underline{\underline{37.7}}$$

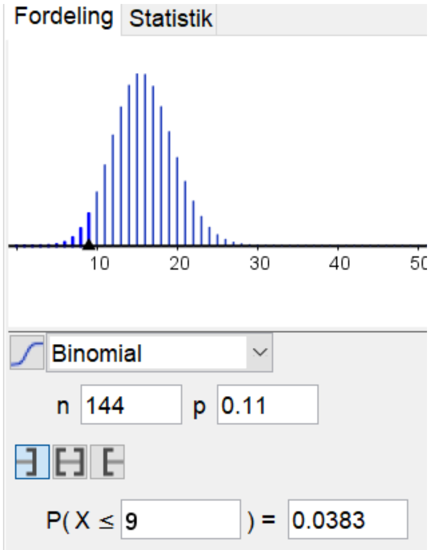
Vi laver nu en χ^2-test med uafhængighed som nul-hypotese. Da p-værdien er 0.06 % er mindre end signifikansniveauet på 5 % afviser vi nul-hypotesen og konkluderer at bekymringsniveauet er afhængigt af ens ansættelsesforhold.



c) Der er 44 bekymrede privatansatte ud af 403 privatansatte. De bekymrede udgør derfor $^{44}/_{403} = \underline{\underline{0.11}}$. Det giver et 95 % konfidensinterval på $\underline{\underline{[0.080; 0.144]}}$.



d)
Hvis sandsynligheden for bekymring er 0.11 blandt privatansatte, så er sandsynligheden for at der blandt 144 privatansatte er færre end 10 bekymrede lig med $\underline{\underline{0.038}}$.



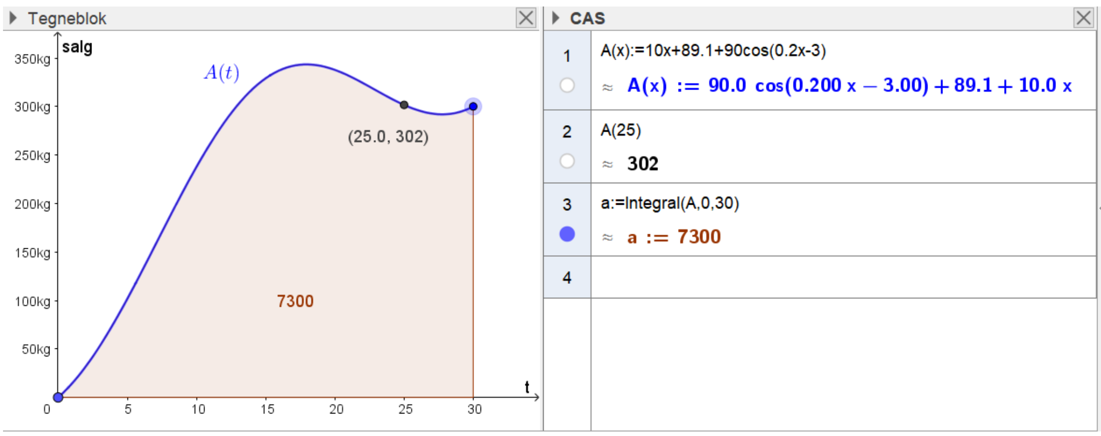
e)

Stor bekymring blandt virksomhedsejere

En ny undersøgelse har vist, at folks bekymring om corona-epidemien er stærks afhængig af deres ansættelsesforhold. Særligt virksomhedsejere er bekymrede over situationen mens offentligt ansatte gennemgående er mindre bekymrede for situationen end befolkningen som helhed.

Opgave 7

a) På dag 25 forventes salget af være $A(25) = 10 \cdot 25 + 89.1 + 90 \cdot \cos(0.2 \cdot 25 - 3) = \underline{\underline{302\text{ kg.}}}$



b) Det samlede forventede salg op til dag 30 er $\underline{\underline{7300\text{ kg}}}$.

Opgave 8

a) Her forklares hvordan en ligning løses.

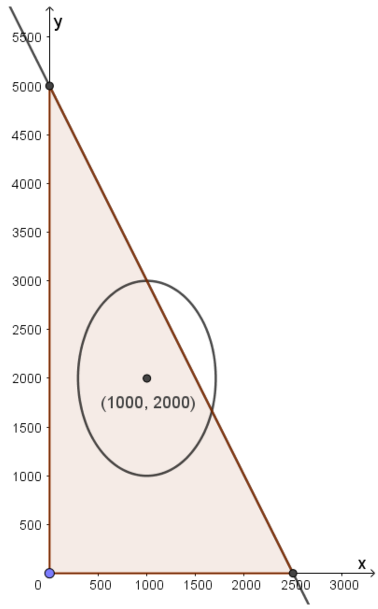
	$(e^x - 1) \cdot \ln(x^2) = 0,$	$x \neq 0$
1)	$e^x - 1 = 0 \vee \ln(x^2) = 0$	Nulreglen er benyttet.
2)	$e^x = 1 \vee x^2 = 1$	Der er lagt 1 til i venstre ligning.
		Eksponentialfunktionen er taget i den højre ligning.
3)	$L = \{-1, 1\}$	Venstre ligning har løsning $x = 0$, som ikke ligger i defintionsmængden.
		Højre ligning har løsninger $x = \pm 1$.

Opgave 9

a) Det samlede dækningsbidrag har forskrift

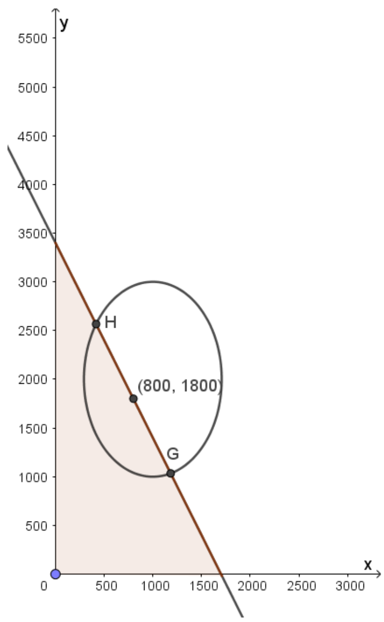
$$\begin{aligned} DB\left(x,y\right) &= \left(120-0.04x-40\right)\cdot x+\left(100-0.02x-20\right)\cdot x \\ &= -0.04x^{2}+80x-0.02y^{2}+80y\,. \end{aligned}$$

b) Nedenfor ses polygonområdet og niveaukurven $N\left(100\,000\right)$.



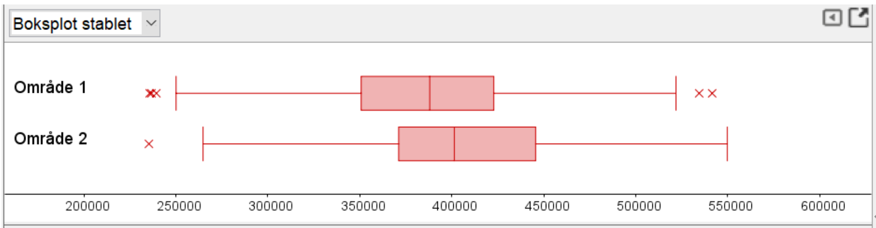
c) Centrum for ellipsen bestemmes til $(1000,2000)$ ved hjælp af kommandoen center i GeoGebra. Da centrum ligger inden for polygonområdet er den optimale produktionssammensætning 1000 stk GOTTO og 2000 stk VITO.

d) Bibetingelsen ændres til $2x+y\leq 3400$, hvorved ellipsens centrum kommer til at ligge uden for polygonområdet. Ved hjælp af skæringsværktøjet bestemmes skæringspunkterne G og H mellem ellipse og begrænsningslinjen. Ved hjælp af midtpunktsværktøjet bestemmes det optimale punkt til at være $\underline{\underline{(800,1800)}}$. Den optimale produktionssammensætning består derfor i at producere 800 stk. GOTTO og 1800 stk. VITO.



Opgave 10

a) Nedenfor ses boksplot for autoudstyr for område 1 og 2.



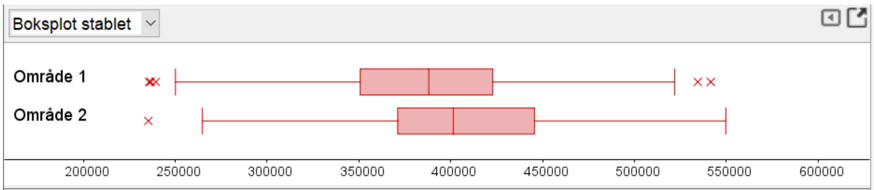
Variansanalyse

	df	SS	Middel²	F	P
Mellem Grupper	1	68457365591....	68457365591....	24.2096	0
Inden for Grupper	858	242615974705...	2827692012.879		
Total	859	249461711264...			

	n	Middel	s
Område 1	513	387140.7485	51316.4998
Område 2	347	405326.6945	55814.1936

b) Man laver en F-test for om varianserne er ens i de to områder. Da p-værdien er ca. 0 og dermed mindre end signifikansniveauet på 5 %, konkluderer vi at de to varianser er forskellige.

c) Herefter laves en t-test for at undersøge om de to middelværdier kunne være ens. Da p-værdien er ca. 0 og dermed under signifikansniveauet på 5 %, konkluderer vi at middelværdierne er forskellige.



T test, forskel i middel

Sammenvægtet

Nulhypotese: μ1 - μ2 = 0

Alternativ hypotese: μ1 - μ2 ≠ 0

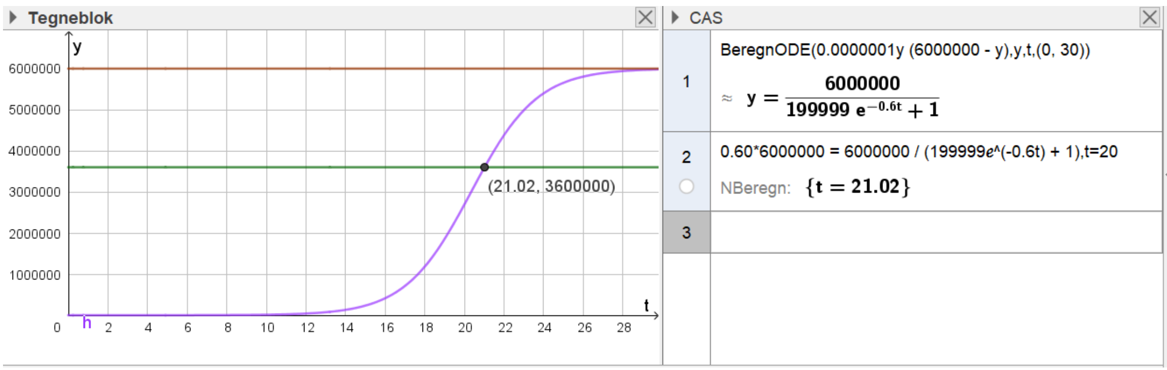
		Middel	s	n
Sample 1	Område 1	387140.7485	51316.4998	513
Udvalg 2	Område 2	405326.6945	55814.1936	347

Forskel	P	t	SE	df
-18185.946	0	-4.8413	3756.4467	700.1161

Opgave 11

a) Løsningen til differentialligningen er

$$y = \frac{6000000}{199999 \exp(-0.6t) + 1}$$



b) Efter 21 måneder har 60 % af målgruppen kendskab til produktet.