BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Højere handelseksamen

Ny ordning

Mandag den 17. august 2020
kl. 9.00 - 14.00

ny-hhx202-MAT/A-17082020

Matematik A
Prøven består af to delprøver.

Delprøve 1 består af opgave 1 til 5 med i alt 6 spørgsmål**.**
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres *senest* kl. 10.
Til denne del må kun den officielle formelsamling anvendes.

Delprøve 2 består af opgave 6 til 10 med i alt 17 spørgsmål.
Hjælpemidler må anvendes efter delprøve 1 er afleveret.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

10 af spørgsmålene er mindstekravsopgaver og er markeret med grønt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:
oyster
skoda

Delprøve 1

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1 En ellipse har ligningen

$$\frac{(x-5)^2}{4}+\frac{(y+2)^2}{9}=1$$

a) Bestem centrum og halvakser for ellipsen.

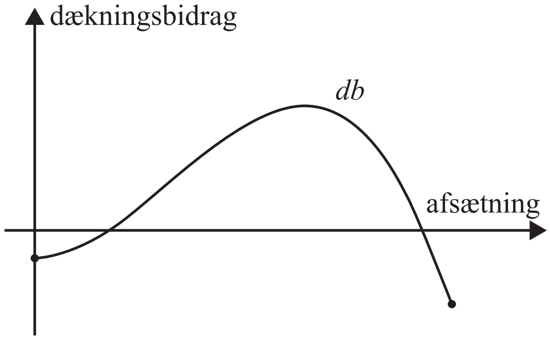
b) Undersøg, om punktet $(4,0)$ ligger på ellipsen.

Opgave 2 Dækningsbidraget ved salg af en vare kan beskrives ved en funktion med forskriften

$$db(x)=-\frac{1}{3}x^3+40x^2-15000 \quad , \quad 0\leq x\leq 150$$

hvor $db(x)$ er dækningsbidraget ved en afsætning på x stk.

a) Bestem den afsætning, der giver det størst mulige dækningsbidrag.



Opgave 3 Om grafen for en funktion f gælder følgende:

- $\mathrm{Dm}(f)=[-8;7[$
- $f(4)=0$
- f er voksende i $[4,7[$
- f har netop én vendetangent
- $\mathrm{Vm}(f)=[0;9[$

a) Tegn en graf for f. Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 4 Et linjeelement for funktionen f er givet ved

$$(1,3;-2)$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(1, f(1))$.

Opgave 5 a) Skriv en sammenhængende tekst på ca. ½ side om *amortisationsplaner*, hvor du inddrager nedenstående tabel.

Termin	Primo restgæld	Ydelse	Rentedel	Afdragsdel	Ultimo restgæld
1	5000,00 kr.	1000,00 kr.	250,00 kr.	750,00 kr.	4250,00 kr.
2	4250,00 kr.	1000,00 kr.	212,50 kr.	787,50 kr.	3462,50 kr.
3	3462,50 kr.	1000,00 kr.	173,13 kr.	826,88 kr.	2635,63 kr.
4	2635,63 kr.	1000,00 kr.	131,78 kr.	868,22 kr.	1767,41 kr.
5	1767,41 kr.	1000,00 kr.	88,37 kr.	911,63 kr.	855,78 kr.
6	855,78 kr.	898,57 kr.	42,79 kr.	855,78 kr.	0,00 kr.

Besvarelsen af delprøve 1 afleveres *senest* kl. 10.00

Delprøve 2

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6

En indehaver af baren Blue Oyster har åbnet en ny bar, Red Oyster, med samme koncept. Indehaveren ønsker at undersøge om der er signifikant forskel på indtjeningen på de to barer.

Han har derfor undersøgt den daglige omsætning på de to barer i en periode. Data findes i filen *oyster*.

Blue Oyster	Red Oyster
9055	6161
11161	5372
:	:

a) Bestem gennemsnit og varians for begge barer.

Det antages, at omsætningen X for Blue Oyster en tilfældigt udvalgt dag er normalfordelt $X \sim N(\mu,\sigma)$.

b) Bestem et 95%-konfidensinterval for middelværdien μ.

Antag, at middelværdien er $\mu = 8500$ kr. og standardafvigelsen er $\sigma = 2600$ kr., dvs. $X \sim N(8500, 2600)$.

c) Bestem sandsynligheden for, at omsætningen for en tilfældigt udvalgt dag er over 10000 kr.

d) Opstil hypotesen for, om varianserne kan antages at være ens, og test denne med et signifikansniveau på 5%.

e) Vurdér, om der er forskel på indtjeningen på de to barer, og skriv en sammenfatning til indehaveren af barerne.

Opgave 7 En virksomhed producerer og afsætter to produkter TITAN og ARGOS

TITAN sælges på et marked med monopolistisk konkurrence.
Sammenhængen mellem efterspørgslen x og prisen P på ét stk. TITAN kan beskrives ved

$$P(x) = -0{,}075x + 400 \quad , \quad 0 \le x \le 5000$$

ARGOS afsættes på et marked til en fast pris på 200 kr.
Sammenhængen mellem efterspørgslen y og prisen Q på ét stk. ARGOS kan beskrives ved

$$Q(y) = 200 \quad , \quad y \ge 0$$

De variable enhedsomkostninger er 100 kr. pr. stk. for begge varer.

Virksomheden står over for to betingelser, der begrænser produktion og afsætning af de to produkter:

Betingelse 1: $3x + 2y \le 9000$
Betingelse 2: $16x + 2y \le 35000$

Dækningsbidraget for begge produkter kan beregnes som

dækningsbidrag = (*salgspris* - *VE*) · *afsætning*

a) Vis, at $DB(x, y) = -0{,}075x^2 + 300x + 100y$ er forskriften for en funktion, der beregner det samlede dækningsbidrag.

Niveaukurverne $N(t)$ for $DB(x, y)$ er givet ved $N(t): DB(x, y) = t$.

b) Vis, at $N(t)$ har ligningen $y = 0{,}00075x^2 - 3x + \frac{t}{100}$, og indtegn to niveaukurver i samme koordinatsystem som betingelserne.

c) Bestem den produktion af TITAN og ARGOS, der giver det størst mulige samlede dækningsbidrag.

d) Vurdér, hvilken betydning en stigning i de variable enhedsomkostninger til 125 kr. pr. stk. ARGOS vil få for den produktion og afsætning af de to produkter, der giver det størst mulige samlede dækningsbidrag.

Opgave 8 I et marked med fuldkommen konkurrence kan efterspørgslen efter en given vare beskrives ved en funktion med forskriften

$$E(x)=\frac{1}{10000}x^2-\frac{1}{2}x+1000 \quad , \quad 0\leq x\leq 2500$$

hvor x er efterspørgslen i stk., og $E(x)$ er den tilhørende pris pr. stk. i kr.
Udbuddet efter varen kan beskrives ved en funktion med forskriften

$$U(x)=\frac{1}{20000}x^2+\frac{1}{20}x+100 \quad , \quad 0\leq x\leq 2500$$

hvor x er udbuddet i stk., og $U(x)$ er den tilhørende pris pr. stk. i kr.
Skæringspunktet mellem graferne for E og U angiver ligevægtsmængden og ligevægtsprisen.

a) Bestem ligevægtsprisen.

Det samme marked er nu beskrevet ved et monopol, dvs. der kun er én udbyder af varen.
For denne udbyder er omsætningen givet ved en funktion med forskriften

$$oms(x)=E(x)\cdot x \quad , \quad 0\leq x\leq 2500$$

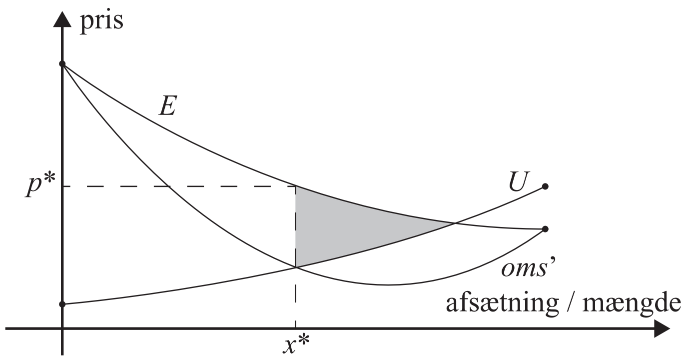
hvor x er antal stk., og $oms(x)$ er den tilhørende omsætning i kr.

De samlede variable omkostninger er givet ved en funktion med forskriften

$$C(x)=\int U(x)dx \quad , \quad 0\leq x\leq 2500$$

hvor $C(x)$ er de samlede variable omkostninger i kr. ved en afsætning på x stk.

b) Bestem forskriften for $oms(x)$ og forskriften for $C(x)$, når $C(0)=0$.



Markedsligevægten bestemmes der, hvor $C'(x)=oms'(x)$.

c) Bestem den nye ligevægtsmængde x^* og ligevægtspris p^*.

Når markedssituationen er monopol, er der et velfærdstab for samfundet.
Det velfærdstab kan beregnes som arealet af det grå område i figuren.

d) Bestem velfærdstabet.

Opgave 9 Anna vil sælge sin Skoda Fabia og undersøger derfor markedet. På bilbasen.dk har hun fundet 100 Skoda Fabia biler, som er til salg.
Nedenfor ses et udsnit af data. Samtlige data findes i filen *skoda*. Område angiver, hvor i landet bilen er til salg. F.eks. svarer område 1 til Københavnsområdet.

Antal kørte km X_1	Alder på model i år X_2	Udstyrsniveau X_3	Område X_4	Pris Y
76000	4	2	7	104900
1000	1	2	4	164900
2000	1	2	1	169900
:	:	:	:	:

Kilde: bilbasen.dk

a) Estimér parametrene i den lineære multiple regressionsmodel

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \beta_4 X_4 + \varepsilon$$

b) Undersøg, om modellen har ikke-signifikante variable. Opstil en korrigeret model og vurdér denne.

Anna bor i område 1 og har en Skoda Fabia som er 4 år gammel. Den har kørt 100000 km og har udstyrsniveau 2.

c) Bestem ud fra din korrigerede regressionsmodel, hvad prisen på Annas bil bør sættes til.

Opgave 10 En differentialligning er givet ved

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2y}{x} + k \cdot x \quad , \quad x \neq 0$$

hvor k er en konstant.

a) Nedenfor er undersøgt, om funktionen $f(x) = k \cdot x^2 \cdot \ln(x)$ er en løsning til differentialligningen.
Forklaringer til udregningerne 1) - 5) skal gives.

1)	$f'(x) = k \cdot 2x \cdot \ln(x) + k \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x}$	____________________
2)	$f'(x) = 2k \cdot x \cdot \ln(x) + k \cdot x$	____________________
3)	____________________	Udtrykket for $f(x) = k \cdot x^2 \cdot \ln(x)$ indsættes på y's plads for at beregne højresiden i differentialligningen
4)	$\frac{dy}{dx} = 2k \cdot x \cdot \ln(x) + k \cdot x$	____________________
5)	Konklusion	____________________

Bilag 1 til opgave 3

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**