



BØRNE- OG
UNDERVISNINGSMINISTERIET
STYRELSEN FOR
UNDERVISNING OG KVALITET

Matematik A

Højere handelseksamen

Gammel ordning

Mandag den 16. december 2019
kl. 9.00-14.00

Matematik A

Prøven består af to delprøver.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

Delprøven med hjælpemidler består af opgave 6 til 10 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 10A, 10B og 10C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

nuuk
radio

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

Opgave 1

Fra Danmarks Statistik lyder det:

”Der er 12 lokale jernbaner i Danmark, som forlænger det landsdækkende netværk ud i hjørnerne af Danmark. De har over de seneste 10 år samlet set haft en jævn vækst i passagertallet på 2,5% om året i gennemsnit.”

I år 2009 anvendte 9 mio. passagerer lokalbanerne i Danmark.

- a) Opstil en model, der beskriver antal passagerer på lokalbanerne i Danmark som funktion af antal år efter 2009.

Kilde: *dst.dk*

Opgave 2

- a) Tegn grafen for en funktion f , der opfylder følgende:

- $\text{Dm}(f) = [-5; 5[$
- $\text{Vm}(f) = [-7; 3]$
- $f''(0) = 0$
- $f'(-2) = 0$
- $f(3) = 0$

Bilag 1 kan benyttes.

Opgave 3

- a) Undersøg, om $y = 10x + \ln(x) + 1$ er en løsning til differentialligningen $\frac{dy}{dx} = \frac{y - \ln(x)}{x}$.

Opgave 4

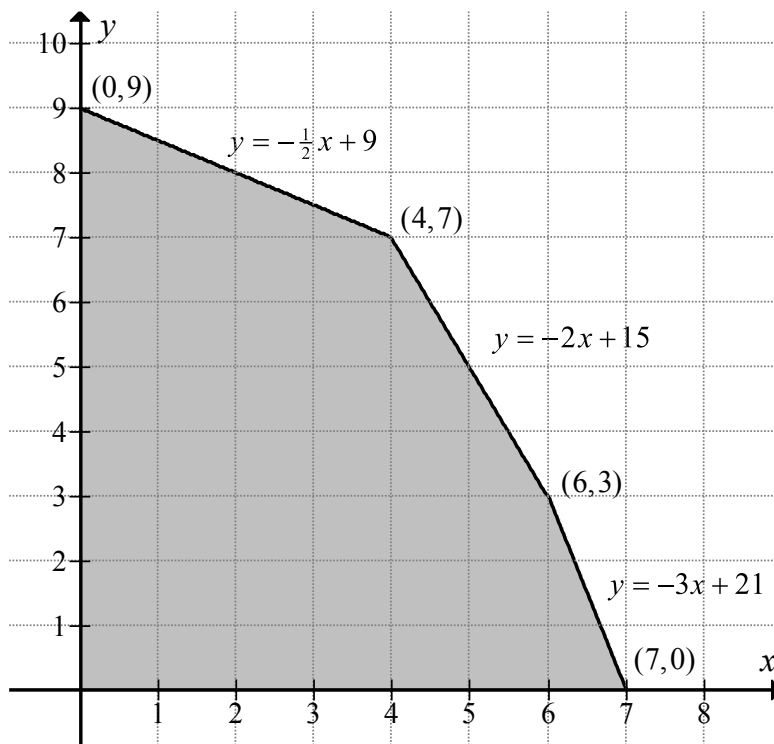
Givet funktionen $f(x) = -8x^3 + 2x - 1$.

- a) Bestem den stamfunktion F til f , der går gennem punktet $(1, 4)$.

Opgave 5

En funktion f af to variable er givet ved forskriften $f(x, y) = 5x + 2y$.

I figuren herunder er et polygonområde indtegnet som det grå område



- a) Bestem en ligning for $N(20)$ og redegør for, at f antager sin største værdi i punktet $(6,3)$.

Bilag 2 kan benyttes.

Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

Opgave 6



Der er lavet en lille undersøgelse af prisen og størrelsen på huse der er til salg i Nuuk i Grønland.

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *nuuk*.

Størrelse i kvm	pris i kr.
143	3195000
36	1500000
188	5580000
:	:

- Bestem gennemsnit og median for både størrelse og pris.
- Lav et xy -plot mellem størrelse x og pris y og opstil en lineær regressionsmodel $s(x) = a \cdot x + b$, der beskriver sammenhængen.
- Bestem et 95%-konfidensinterval for hældningskoefficienten a .
- Lav en overskrift og en indledning til en avisartikel hvor du præsenterer dine svar til spørgsmål a), b) og c).

Kilde: Igdlo.gl

Opgave 7

En virksomhed producerer og sælger to produkter A og B.

Produktionen er underlagt følgende begrænsninger

$$\begin{aligned}5x + 2y &\leq 2400 \\10x + 12y &\leq 8000 \\x &\geq 0, \quad y \geq 0\end{aligned}$$

Virksomheden sælger vare A for 80 kr. pr. kg og vare B for 100 kr. pr. kg.

Enhedsomkostningerne ved produktionen er 25 kr. pr. kg. A og 40 kr. pr. kg. B.

Funktionen $f(x, y) = 55 \cdot x + 60 \cdot y$ angiver således det samlede dækningsbidrag.

- a) Bestem den producerede og solgte mængde A og den producerede og solgte mængde B, der giver virksomheden det største samlede dækningsbidrag.

I stedet for en fast pris for varerne antages nu at priserne følger lineære pris-afsætningsfunktioner:

Prisen i kr. pr. stk. for vare A er givet ved funktionen p med forskriften

$$p(x) = -\frac{1}{5}x + 145, \quad 0 \leq x \leq 725$$

hvor x angiver den ugentlige afsætning i antal stk. A.

Prisen i kr. pr. stk. for vare B er givet ved funktionen q med forskriften

$$q(y) = -\frac{1}{10}y + 120, \quad 0 \leq y \leq 1200$$

hvor y angiver den ugentlige afsætning i antal stk. B.

Dækningsbidraget for hver af de to varer kan bestemmes ved

$$\text{dækningsbidrag} = \text{afsætning} \cdot (\text{pris pr. stk.} - \text{enhedsomkostninger})$$

- b) Gør rede for, at det samlede dækningsbidrag pr. uge kan bestemmes ved funktionen DB med forskriften

$$DB(x, y) = -\frac{1}{5}x^2 + 120x - \frac{1}{10}y^2 + 80y$$

Niveaukurven $N(t)$ er givet ved $DB(x, y) = t$.

- c) Gør rede for, at niveaukurven $N(9000)$ er en ellipse og bestem centrum og halvaksler for ellipsen.
- d) Tegn ellipsen i et koordinatsystem sammen med begrænsningerne på x og y og bestem det antal stk. af vare A og det antal stk. af vare B, der skal afsættes for at opnå det størst mulige samlede dækningsbidrag.
- e) Bestem den pris virksomheden skal tage for vare A og for vare B når det samlede dækningsbidrag pr. uge er størst.

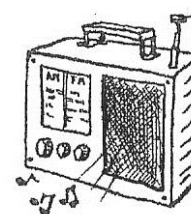
Opgave 8

Et analysebureau har lavet en undersøgelse omkring danskernes radiovaner.

Et af spørgsmålene lød:

"Hvor meget radio hører du om ugen?"

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *radio*.



Hvor meget radio hører du?	Aldersgruppe
a) Mere end 3 timer om dagen	60+
b) Mellem 1 og 3 timer om dagen	60+
a) Mere end 3 timer om dagen	50-59
:	:

Analysebureauet ønsker at undersøge, om der er en sammenhæng mellem danskernes svar på spørgsmålet og deres aldersgruppe.

- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra undersøgelsen og opstil en hypotese, der kan anvendes til at undersøge sammenhængen.

	18-29	30-39	40-49	50-59	60+	Total
a) Mere end 3 timer om dagen						
b) Mellem 1 og 3 timer om dagen						
c) Under 1 time om dagen						
d) Slet ikke						
Total						885

- b) Bestem de forventede værdier, og forklar hvordan den forventede værdi udregnes for aldersgruppen 18-29 årige, der hører radio mere end 3 timer om dagen.
Test desuden hypotesen med et signifikansniveau på 5%.
- c) Bestem andelen blandt de 18-29 årige, der hører radio mere end 3 timer om dagen, og bestem et 95%-konfidensinterval for denne andel.

Antag at andelen af danskere i alderen 18-29 år, der hører radio mere end 3 timer om dagen, er $p = 20\%$.

- d) Bestem sandsynligheden for, at der blandt 20 danskere i alderen 18-29 år er højst 10 der hører radio mere end 3 timer om dagen.

Opgave 9

En virksomhed overvejer at introducere et nyt produkt på et marked. Sammenhængen mellem overskuddet ved produktion og afsætning af produktet og produktets levetid kan beskrives som løsningen til differentialligningen

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{1}{25}(3t^2 - 70t - 1500) \quad , \quad 0 \leq t \leq 60$$

hvor t er antal dage efter introduktionen af produktet, og $p(t)$ er overskuddet (i 100 kr.) t uger efter introduktionen.

- Bestem en forskrift for $p(t)$ når det oplyses, at der er et underskud på 144000 kr. ved introduktionen dvs. $p(0) = -1440$.
- Bestem det tidspunkt efter introduktionen af produktet, hvor overskuddet første gang er nul, og bestem hvor meget overskuddet vokser på dette tidspunkt.

Det samlede overskud i en periode $[a, b]$ kan bestemmes som $\int_a^b p(t)dt$.

- Tegn grafen for $p(t)$ og redegør med relevante udregninger, om det er en god ide for virksomheden at introducere produktet på markedet.

**Af opgaverne 10A, 10B og 10C må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

Opgave 10A

Funktionen f er givet ved

$$f(x) = -x^2 + 2x + 4$$

Desuden er der givet to rette linjer m og n

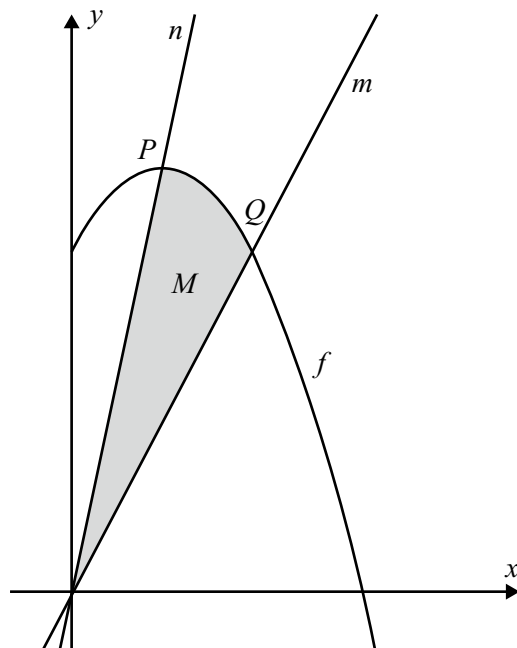
$$m: y = 2x$$

$$n: y = 5x$$

- a) Bestem skæringspunkterne P og Q mellem grafen for f og linjerne m og n .

Området M på figuren afgrænses af linjerne m og n samt grafen for f .

- b) Bestem arealet af området M .



Opgave 10B

En familie køber et hus til 1500000 kr. De kan optage lån på 80% af husets værdi i en kreditforening. De kan låne over 30 år med kvartårlige ydelser til en rente på 0,3% pr. kvartal.

- a) Bestem ydelsen på kreditforeningslånet.

Familien ønsker at opføre en garage til huset og de får et tilbud på 250000 kr. Udgiften til garagen skal finansieres med et banklån over 10 år med månedlige ydelser og en månedlig rente på 0,65%.

- b) Bestem den samlede renteudgift på kreditforeningslånet og banklånet det første år.

Opgave 10C

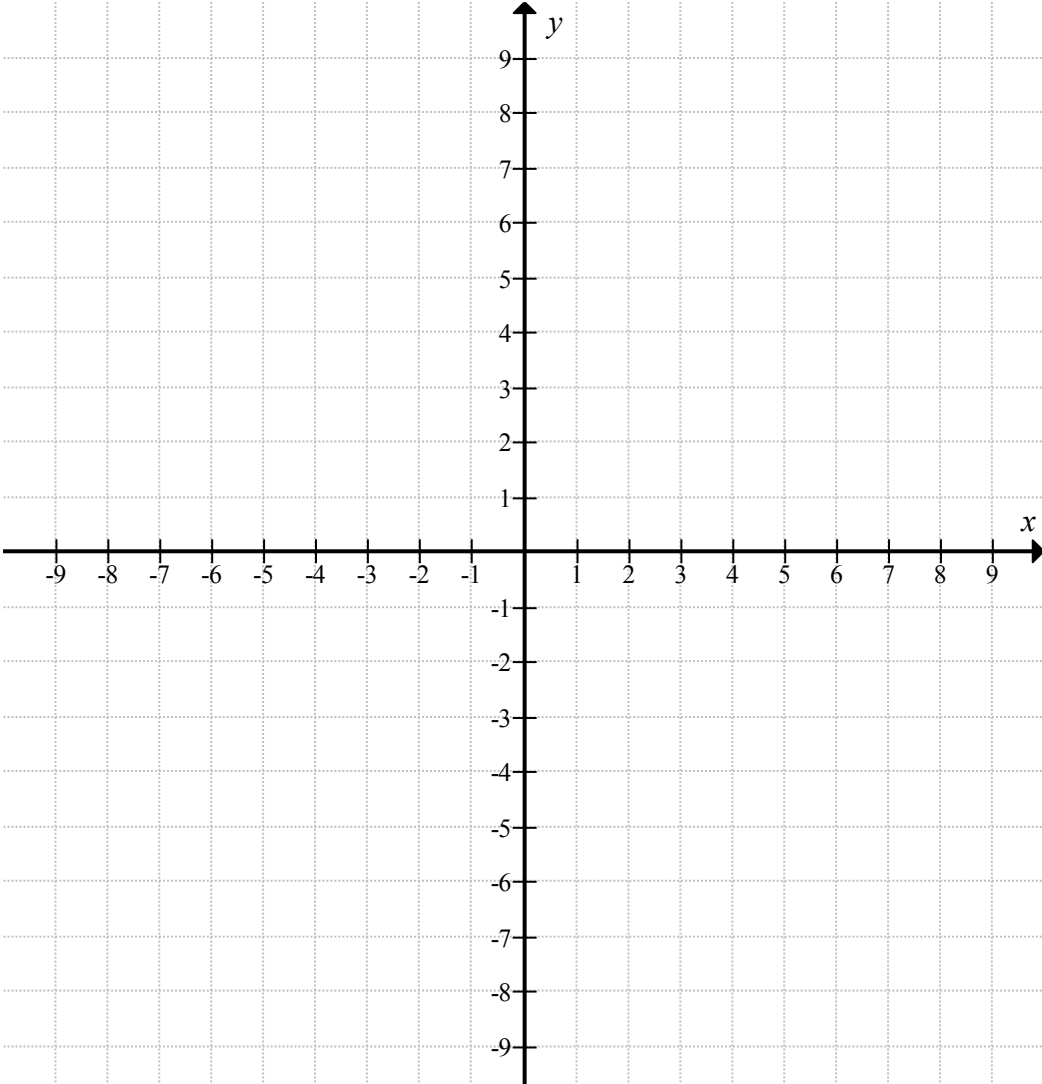
Om en funktion f oplyses, at

$$f(3) = 12 \quad f(0) = 3 \quad f'(3) = 21 \quad f(x) = ax^2 + bx + c$$

- a) Bestem ligningen for tangenten til grafen for f i $x = 3$.
- b) Bestem en forskrift for f .

Bilag 1 til opgave 2

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:



Bilag 2 til opgave 5

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn:

