



**UNDERVISNINGS  
MINISTERIET**  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik A

---

Højere handelseksamen

*Gammel ordning*

Mandag den 17. december 2018  
kl. 9.00-14.00

## Matematik A

Prøven består af to delprøver.

**Delprøven uden hjælpemidler** består af opgave 1 til 5 med i alt 5 spørgsmål.  
Besvarelsen af denne delprøve skal afleveres kl. 10.

**Delprøven med hjælpemidler** består af opgave 6 til 11 med i alt 18 spørgsmål.

De 23 spørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med hver 5 point.

Af opgaverne 11A, 11B og 11C må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.

I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder. Ved brug af grafer og illustrationer skal der være en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Til eksamenssættet hører følgende to datafiler:

*hygge*

*phillip*

## Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 9.00 – 10.00

### Opgave 1

- a) Gør rede for, at  $f(x) = 3e^x - 3x - 3$  er en løsning til differentialligningen  $\frac{dy}{dx} = y + 3x$ .

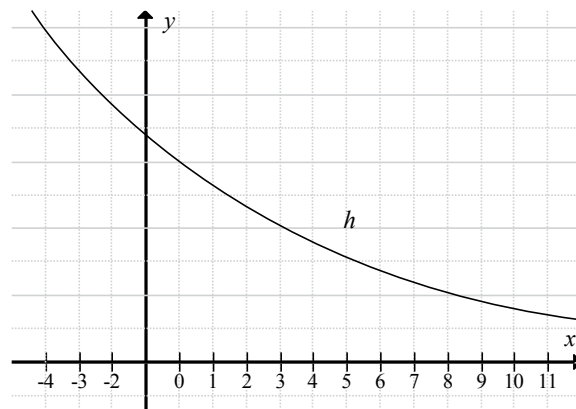
### Opgave 2

I koordinatsystemet er tegnet grafen for en aftagende eksponentiel funktion  $h$ .

- a) Indtegn i samme koordinatsystem grafen for en anden aftagende eksponentiel funktion  $f$ , således at

- $h(3) > f(3)$
- $h$  har en større halveringskonstant end  $f$

Benyt bilag 1.



### Opgave 3

En funktion  $k$  er givet ved forskriften  $k(x, y) = 20x + 30y$ .  
Et polygonområde  $P$  er givet ved følgende betingelser:

$$\begin{aligned} y &\leq -x + 15 \\ y &\leq -2x + 20 \\ x &\geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

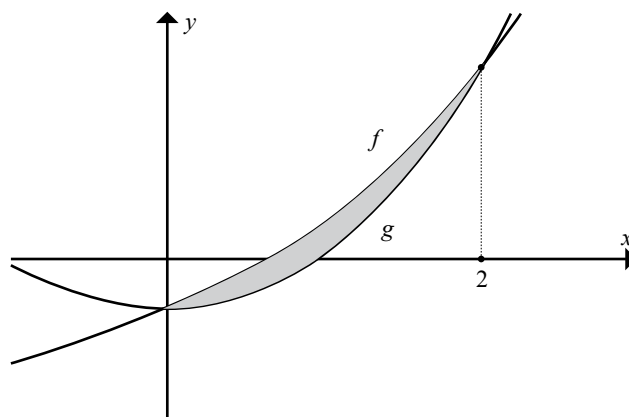
- a) Bestem størsteværdien for  $k$  indenfor polygonområdet  $P$ . Benyt evt. bilag 2.

### Opgave 4

Funktionerne  $f$  og  $g$  er givet ved forskrifterne

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x - 3 \\ g(x) &= \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 3 \end{aligned}$$

- a) Bestem arealet af det grå område på figuren.



### Opgave 5

For en given vare er sammenhængen mellem den udbudte mængde og prisen givet ved en funktion  $P_S$  med forskriften

$$P_S(x) = 2x^2 + 2x + 20 \quad , \quad 0 \leq x \leq 10$$

hvor  $x$  er den udbudte mængde i 1000 stk., og  $P_S(x)$  er den tilhørende pris pr. stk.

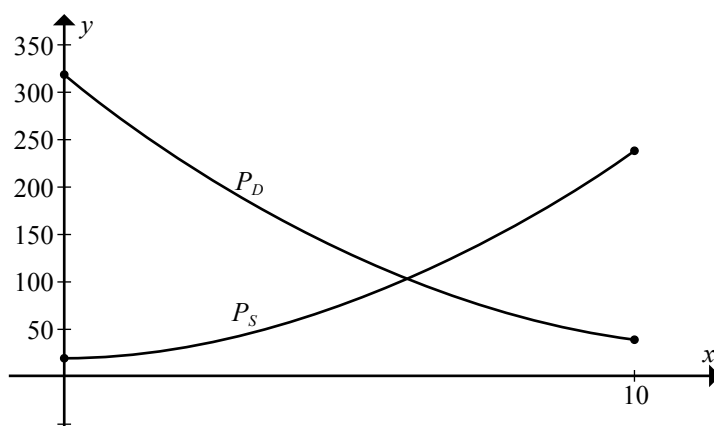
Sammenhængen mellem den efterspurgt mængde og prisen er givet ved en funktion  $P_D$  med forskriften

$$P_D(x) = 2x^2 - 48x + 320 \quad , \quad 0 \leq x \leq 10$$

hvor  $x$  er den efterspurgt mængde i 1000 stk., og  $P_D(x)$  er den tilhørende pris pr. stk.

Ligevægtsmængde og ligevægtspris er givet ved skæringspunktet mellem graferne for  $P_S$  og  $P_D$ .

- a) Bestem ligevægtsmængde og ligevægtspris.



**Besvarelsen af delprøven uden hjælpemidler afleveres kl. 10.00**

## Delprøven med hjælpemidler

Kl. 9.00 – 14.00

### Opgave 6

Interesseorganisationen VisitDenmark har i forbindelse med en undersøgelse af Danmarks turismepotentiale lavet en stikprøveundersøgelse af potentielle turisters opfattelse af Danmark. 1870 personer fra Sverige og Norge er bl.a. blevet stillet følgende spørgsmål:

”I hvor høj grad forbinder du Danmark med hygge?”

Nedenstående tabel viser et udsnit af data, som findes i filen *hygge*.

I hvor høj grad forbinder du Danmark med hygge?	Land
Høj grad	Norge
Slet ikke	Sverige
Hverken eller	Sverige
:	:

- a) Konstruér et skema som nedenstående, der indeholder data fra undersøgelsen.

	Norge	Sverige	Total
Hverken eller			
Høj grad			
Lav grad			
Meget høj grad			
Slet ikke			
Ved ikke			
<b>Total</b>			<b>1870</b>

VisitDenmark ønsker at undersøge, om der er forskel på den opfattelse potentielle turister fra Norge og Sverige har på Danmark og begrebet hygge.

- b) Opstil en hypotese, der kan anvendes til at undersøge dette og test hypotesen med et signifikansniveau på 5%.
- c) Estimér andelen af potentielle turister fra Norge, der forbinder Danmark med hygge i *meget høj grad* eller i *høj grad*, og bestem et 95% konfidensinterval for denne andel.

Kilde: VisitDenmark

## Opgave 7

En virksomhed afsætter to forskellige produkter, LOADY og WOOMAN.

Sammenhængen mellem afsætning og pris på et stk. LOADY er bestemt ved funktionen

$$P_L(x) = -10x + 1200 \quad , \quad 0 \leq x \leq 120 \quad ,$$

hvor  $P_L(x)$  angiver prisen ved en afsætning på  $x$  stk. LOADY.

Sammenhængen mellem afsætning og pris på et stk. WOOMAN er bestemt ved funktionen

$$P_W(y) = -2,5y + 650 \quad , \quad 0 \leq y \leq 260 \quad ,$$

hvor  $P_W(y)$  angiver prisen ved en afsætning på  $y$  stk. WOOMAN.

De variable enhedsomkostninger på et stk. LOADY er 200 kr., og de variable enhedsomkostninger på et stk. WOOMAN er 150 kr.

Dækningsbidraget kan bestemmes som: *(pris - variable enhedsomkostninger) · afsætning*

- Vis, at det samlede dækningsbidrag er på 42750 kr., hvis virksomheden sælger begge produkter til en pris på 450 kr. pr. stk. dvs.  $P_L(x) = 450$  og  $P_W(y) = 450$ .
- Vis, at det samlede dækningsbidrag ved en afsætning på  $x$  stk. LOADY og  $y$  stk. WOOMAN kan beskrives ved funktionen med forskriften:

$$DB(x, y) = -10x^2 + 1000x - 2,5y^2 + 500y$$



Niveaukurven  $N(t)$  er bestemt ved  $N(t) : DB(x, y) = t$ .

Nedenfor er der gjort rede for, at  $N(43750)$  er en ellipse med centrum i  $(50, 100)$  og halvaksler  $a = 25$  og  $b = 50$ .

c) Forklaringer til udregningerne 1) til 5) skal gives.

- |    |  |       |
|----|--|-------|
| 1) | $DB(x, y) = 43750$   | _____ |
| 2) | $x^2 - 100x + \frac{1}{4}y^2 - 50y = -4375$                                    | _____ |
| 3) | $(x - 50)^2 - 50^2 + \frac{1}{4}(y - 100)^2 - \frac{1}{4} \cdot 100^2 = -4375$ | _____ |
| 4) | $(x - 50)^2 + \frac{1}{4}(y - 100)^2 = 625$                                    | _____ |
| 5) | $\frac{(x - 50)^2}{25^2} + \frac{(y - 100)^2}{50^2} = 1$                       | _____ |

Afsætningen af de to produkter er underlagt betingelsen:  $4x + \frac{1}{2}y \leq 250$ .

d) Redegør for at de afsætninger af LOADY og WOOMAN, der giver det størst mulige samlede dækningsbidrag, er 50 stk. LOADY og 100 stk. WOOMAN.



## Opgave 8

I nationaløkonomi betragtes sammenhængen mellem arbejdsløshedsraten og inflationsraten i et land.

Data for arbejdsløshedsraten og inflationsraten er indsamlet for USA i perioden 2000-2017 og kan findes i filen *phillip*. Nedenstående tabel viser et udsnit af data.

Årstal	Arbejdsløshedsrate i procent i USA	Inflationsraten i procent i USA
2000	4	3,4
2001	4,7	2,8
2002	5,8	1,6
:	:	:

- a) Bestem *gennemsnit og kvartilsæt* for arbejdsløshedsraten og inflationsraten i USA i perioden 2000-2017.

Den newzealandske økonom A.W. Phillip illustrerede ovennævnte sammenhæng ved hjælp af en såkaldt Phillipskurve, hvor inflationsraten bliver tegnet op mod arbejdsløshedsraten.

Phillipskurven er i teorien en negativt hældende kurve, fordi høj arbejdsløshed presser løn og derved også inflation ned.

- b) Lav et *xy*-plot hvor *x* er arbejdsløshedsraten og *y* er inflationsraten i USA i perioden 2000-2017 og opstil en lineær regressionsmodel  $y = ax + b$ .
- c) Lav et 95% konfidensinterval for hældningskoefficienten *a*.
- d) Skriv et resumé af din ovennævnte analyse af sammenhængen mellem arbejdsløshed og inflation i USA i perioden 2000-2017. Vurdér herunder hvorvidt data fra USA i den pågældende periode støtter Phillipskurveteorien.



**Opgave 9**

Grænseomkostningerne ved produktion af en vare kan beskrives ved en funktion  $C'$  med forskriften

$$C'(x) = 0,075x^2 - 0,8x + 5 \quad , \quad x \geq 0$$

hvor  $x$  er produktionen, og  $C'(x)$  er grænseomkostningen ved en produktion på  $x$ .

- a) Bestem den produktion der giver den mindst mulige grænseomkostning.

De samlede omkostninger  $C$  kan beskrives ved funktionen  $C(x)$ , hvor  $x$  er produktionen, og  $C(x)$  er de samlede omkostninger ved en produktion på  $x$ .

- b) Bestem en forskrift for  $C(x)$ , idet det vides, at  $C(10) = 55$  og bestem de samlede omkostninger ved den produktion, der giver den mindst mulige grænseomkostning.

**Opgave 10**

En funktion  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 16x + 6$$

- a) Redegør for, at grafen for  $f$  har en vendetangent.  
 b) Bestem en ligning for vendetangenten.

En anden funktion  $g$  er givet ved forskriften

$$g(x) = \frac{1}{3}x^3 + a \cdot x^2 + 16x + 6$$

- c) Bestem de to værdier af  $a$  der gør, at grafen for  $g$  har en vandret vendetangent.

**Af opgaverne 11A, 11B og 11C må kun den ene afleveres til bedømmelse.  
Hvis flere opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af den første opgave.**

### Opgave 11A

Virksomheden KoolDan har fået beskrevet den ugentlige efterspørgsel efter et af deres produkter ved hjælp af en normalfordelt stokastisk variabel  $X$  med middelværdi 10000 og standardafvigelse 2500, dvs.  $X \sim N(10000, 2500)$ .

- a) Bestem sandsynligheden for at den ugentlige efterspørgsel en tilfældig uge ligger i intervallet  $[8000, 12000]$ .

Virksomheden overvejer, at øge den ugentlige produktionskapacitet.

Virksomheden vil øge produktionskapaciteten, hvis sandsynligheden for at den ugentlige efterspørgsel overstiger den nuværende produktionskapacitet, er større end 2,5%.

- b) Hvad skal den nuværende produktionskapacitet højst være, for at virksomheden vil øge produktionskapaciteten?

### Opgave 11B

Det offentlige lånebehov pr. person kan i en given situation beskrives ved følgende differentialligning

$$\frac{db(t)}{dt} + n \cdot b(t) = G - T + r \cdot b(t)$$

hvor  $b(t)$  er den offentlige gæld pr. person til tidspunkt  $t$ .

$G$  er det offentlige forbrug pr. person

$T$  er skatten pr. person

$n$  er befolkningsvækst i decimaltal

$r$  er den offentlige gældsrente i decimaltal

I en given periode antages det, at det offentlige forbrug pr. person er 50 kr. større end skattebetalingen pr. person dvs.  $G - T = 50$ , samt at den offentlige gældsrente er 2,5%, og at befolkningsvæksten er 1%. Til tidspunkt 0 er den offentlige gæld pr. person 100000 kr. dvs.  $b(0) = 100000$ .

- a) Indsæt tallene i differentialligningen og løs denne.
- b) Bestem hvor meget den offentlige gæld pr. person er steget til efter 5 år dvs.  $t = 5$ .

### Opgave 11C

I.P. Iversen har en pensionsopsparing i et pensionsselskab. Den seneste oversigt fra pensionsselskabet viser, at I.P. kan forvente en saldo på 3500000 kr., når han skal pensioneres om 18 år.

I.P. ønsker, at få udbetalt et engangsbeløb på 250000 kr. den dag han pensioneres. Derefter ønsker han en fast månedlig udbetaling hver måned i 10 år første gang den dag, han pensioneres.

a) Hvilken fast månedlig udbetaling kan I.P. få, hvis den månedlige rente er 0,2% .

I.P. Iversen ved, at pengenes værdi ændres over tid bl.a. pga. inflationen. Derfor er han interesseret i at vide, hvor meget den faste månedlige udbetaling, han får om 18 år, er værd i nutidens penge.

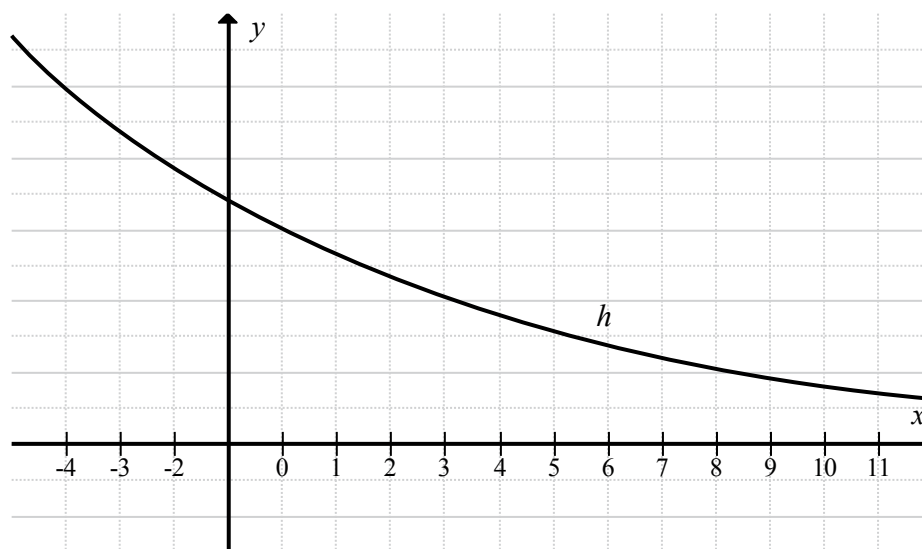
Det antages, at den årlige gennemsnitlige inflation de næste 18 år er 2% .

b) Bestem nutidsværdien af den første faste månedlige udbetaling I.P. Iversen får om 18 år, hvis den gennemsnitlige årlige inflation på 2% bruges som rente.



## Bilag 1 til opgave 2

<b>Skole:</b>	<b>Hold:</b>
<b>Eksamensnr.</b>	<b>Navn:</b>





### Bilag 2 til opgave 3

<b>Skole:</b>	<b>Hold:</b>
<b>Eksamensnr.:</b>	<b>Navn:</b>

