UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

# Matematik A

## Højere handelseksamen

1. Delprøve, uden hjælpemidler
kl. 9.00-10.00

hhx112-MAT/A-15082011

Mandag den 15. august 2011
kl. 9.00 - 14.00

# Matematik A
# Prøven uden hjælpemidler

Prøvens varighed er 1 time.

Dette opgavesæt består af 5 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, må ikke benyttes.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

## Opgave 1

Vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{og} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

a) Gør rede for, at vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

## Opgave 2

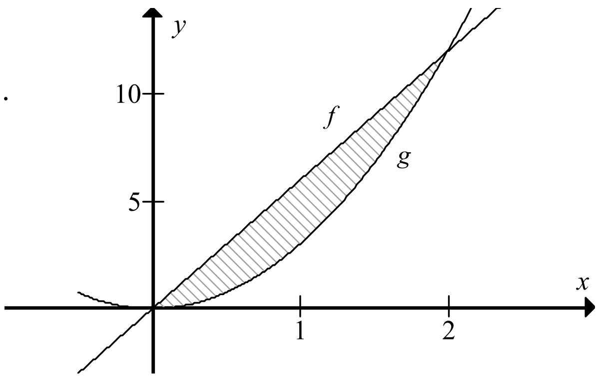
I trekant $ABC$, som *ikke* er retvinklet, kendes følgende størrelser:

$a = 4$, $b = 5$ og $\sin(C) = 0{,}25$

a) Bestem arealet af trekant $ABC$.

## Opgave 3

To funktioner er bestemt ved $f(x) = 6x$ og $g(x) = 3x^2$. Det skraverede område vist på figuren afgrænses af graferne for $f$ og $g$, der skærer hinanden i punkterne $(0,0)$ og $(2,12)$.




a) Bestem arealet af det skraverede område.

## Opgave 4

a) Bestem $\int (2x - 2)\,dx$.

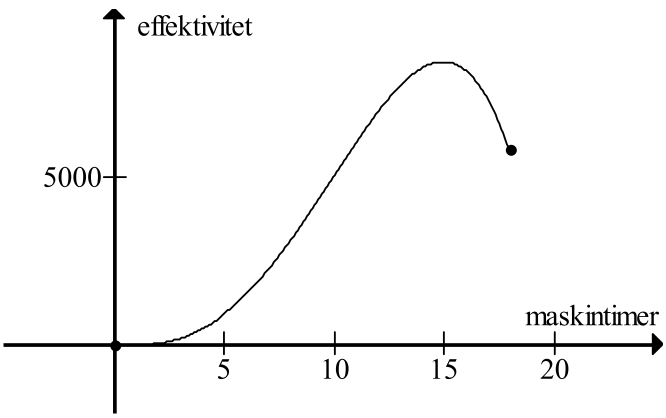
## Opgave 5

I en virksomhed afhænger effektiviteten ved produktion af en vare af antal maskintimer i produktionen.

Sammenhængen kan beskrives ved funktionen med forskriften

$$f(x) = -0{,}5x^4 + 10x^3 \quad , \quad 0 \leq x \leq 18$$

hvor $f(x)$ angiver effektiviteten ved $x$ maskintimer.




a) Bestem det antal maskintimer $x$, der giver størst effektivitet.

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

**Undervisningsministeriet**

UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

# Matematik A

## Højere handelseksamen

2. Delprøve

hhx112-MAT/A-15082011

Mandag den 15. august 2011
kl. 9.00 - 14.00

# Matematik A
# Prøven med hjælpemidler

Prøvens varighed er 5 timer.

Dette opgavesæt består af 8 opgaver, hvor hvert delspørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Af opgaverne 8A og 8B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration. Hvor hjælpemidler, herunder IT-værktøjer, er benyttet, skal mellemregninger erstattes af forklarende tekst.

## Opgave 1

En virksomhed har registreret 100 kunders telefonventetid, før de bliver stillet om til en medarbejder. Fordelingen af telefonventetiden fremgår af nedenstående tabel.

| Ventetid i minutter | Antal |
|---|---|
| ]0,2] | 31 |
| ]2;4] | 30 |
| ]4;6] | 13 |
| ]6;8] | 26 |
| Antal kunder i alt | 100 |

a) Tegn et diagram, der beskriver fordelingen.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typeinterval
median
kvartilsæt
gennemsnit
varians
standardafvigelse

b) Beskriv fordelingen ved hjælp af 2 statistiske deskriptorer.

## Opgave 2

To vektorer er givet ved

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix} \qquad \vec{b}=\begin{pmatrix}t+4\\t\end{pmatrix}$$

a) Bestem vinklen mellem vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ for $t=2$.

Parallelogrammet udspændt af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har arealet 18 for to værdier af $t$.

b) Bestem disse to værdier af $t$.

## Opgave 3

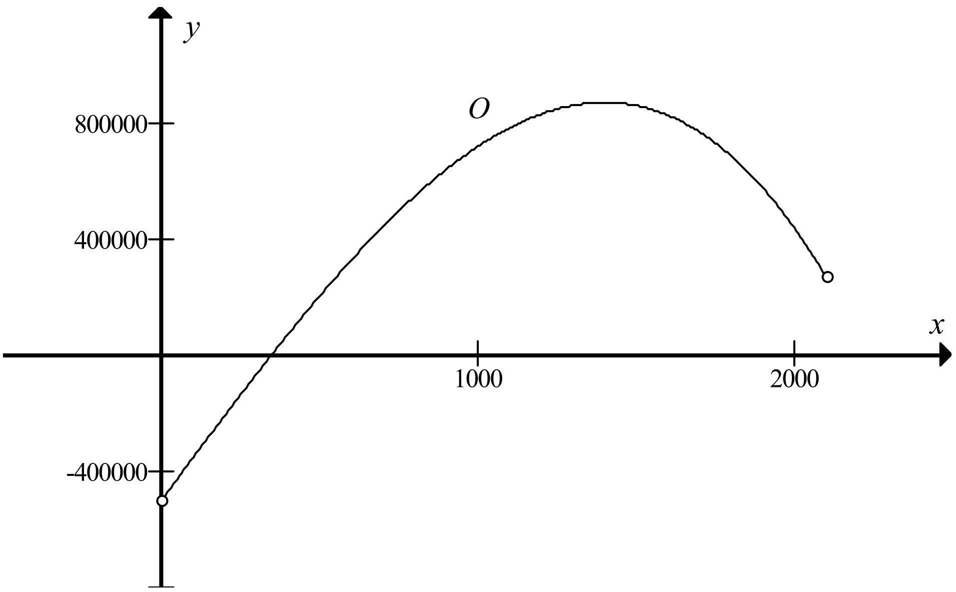
Overskuddet $O(x)$ ved afsætningen af en vare, kan bestemmes ved funktionen

$$O(x)=-0{,}00025x^3+1470x-500\,000 \quad , \quad 0<x<2100$$

hvor $x$ er afsætningen af varen.

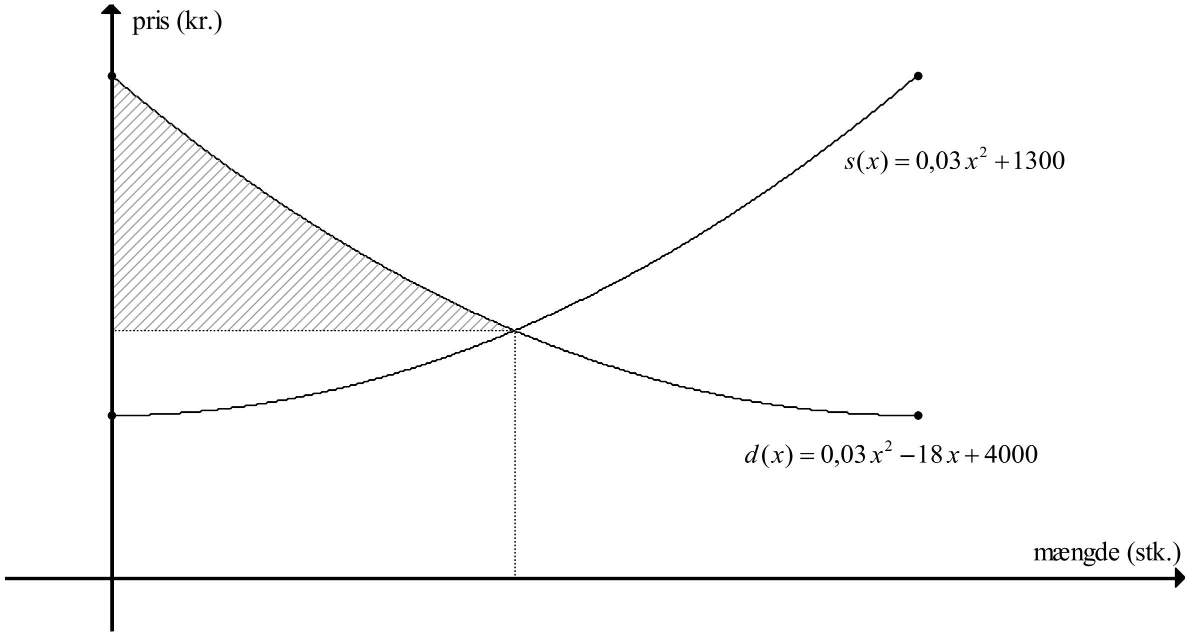
a) Bestem $O'(x)$ og gør rede for, at det maksimale overskud fås ved en afsætning på $x=1400$.

b) Bestem værdimængden Vm($O$).



## Opgave 4

Udbuds- og efterspørgselskurverne for en bestemt vare er vist på figuren nedenfor.




Udbudskurven kan beskrives ved

$$s(x)=0{,}03x^2+1300 \quad , \quad 0 \le x \le 300$$

hvor $s(x)$ angiver prisen pr. stk. i kr. ved en udbudt mængde på $x$ stk.

Efterspørgselskurven kan beskrives ved

$$d(x)=0{,}03x^2-18x+4000 \quad , \quad 0 \le x \le 300$$

hvor $d(x)$ angiver prisen pr. stk. i kr. ved en efterspurgt mængde på $x$ stk.

Ligevægtsmængden er den mængde, der svarer til, at udbud og efterspørgsel er lige store.
Ligevægtsprisen er den pris pr. stk., der svarer til, at udbud og efterspørgsel er lige store.

a) Gør rede for, at ligevægtsprisen er 1975 kr.

Den gevinst forbrugeren opnår ved ligevægtsprisen, kaldes forbrugeroverskuddet.
Forbrugeroverskuddet kan bestemmes som arealet af det skraverede område på figuren ovenover.

b) Bestem forbrugeroverskuddet.

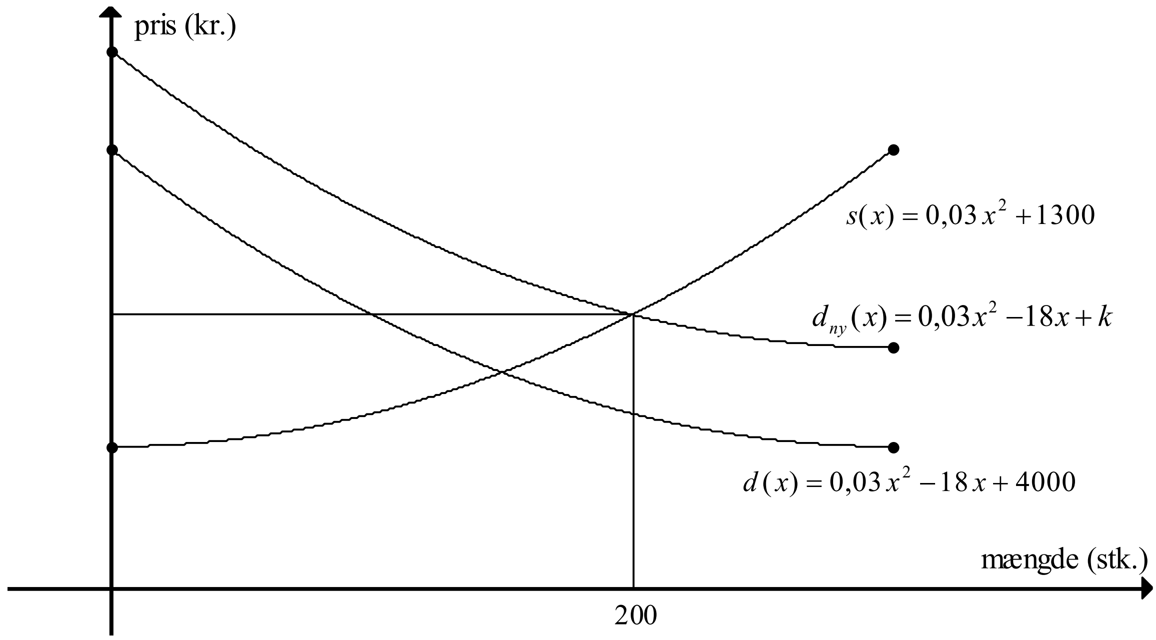
En forøget markedsføring gør, at efterspørgselskurven nu kan beskrives ved

$$d_{ny}(x) = 0{,}03x^2 - 18x + k \quad , \quad 0 \leq x \leq 300$$

hvor $k$ er et positivt tal.

Den nye ligevægtsmængde er $x = 200$ stk.

c) Bestem konstanten $k$.



## Opgave 5

En virksomhed producerer og afsætter varerne A og B.

Enhedsprisen $p(x)$ for vare A kan beskrives ved funktionen

$$p(x) = -x + 60 \quad , \quad 0 \le x \le 50$$

hvor $x$ angiver afsætningen af vare A pr. uge.

Enhedsprisen $q(y)$ for vare B kan beskrives ved funktionen

$$q(y) = -4y + 170 \quad , \quad 0 \le y \le 40$$

hvor $y$ angiver afsætningen af vare B pr. uge.

De variable enhedsomkostninger for såvel vare A som vare B er 10 kr. Dækningsbidrag pr. vare kan bestemmes ved

$$\textit{dækningsbidrag} = (\textit{enhedspris} - \textit{variable enhedsomkostninger}) \cdot \textit{afsætning}$$

Det samlede dækningsbidrag pr. uge for vare A og vare B betegnes $f(x,y)$.

a) Gør rede for, at $f(x,y) = -x^2 + 50x - 4y^2 + 160y$.

Niveaukurven $N(t)$ er givet ved $f(x,y) = t$.

b) Gør rede for, at niveaukurven $N(625)$ er en ellipse med ligningen $\dfrac{(x-25)^2}{1600} + \dfrac{(y-20)^2}{400} = 1$

Ud over begrænsningerne på $x$ og $y$ er produktionen begrænset af, at virksomheden maksimalt kan producere 50 enheder pr. uge, hvilket betyder at $x + y \le 50$.

c) Bestem det antal enheder af vare A og det antal enheder af vare B, der skal produceres og afsættes pr. uge for at opnå det størst mulige samlede dækningsbidrag.

## Opgave 6

Ligningen $\sqrt{2x+10}\cdot\ln(x)=0$ er løst nedenfor.

a) Forklaringer til løsningen af ligningen skal gives. Benyt eventuelt bilag 1.

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{2x+10}\cdot\ln(x)=0$ | $x>0$ | Ligningen løses for $x>0$, da $\ln(x)$ kun er defineret for positive værdier. |
| $\sqrt{2x+10}=0 \quad\vee\quad \ln(x)=0$ | | ______________________________________ |
| $2x+10=0 \quad\vee\quad x=1$ | | ______________________________________ |
| $x=-5 \quad\vee\quad x=1$ | | ______________________________________ |
| $L=\{1\}$ | | ______________________________________ |

## Opgave 7

En virksomhed køber en maskine til $800\,000$ kr. og optager et lån på hele beløbet. Lånet betales tilbage over 15 år med en fast årlig ydelse. Renten er 4% p.a.

a) Gør rede for, at den årlige ydelse er $71952{,}88$ kr.

b) Bestem restgælden på lånet umiddelbart efter, at den 10. ydelse er betalt.

Maskinen har siden købet haft et værditab på 8% om året. Efter 10 år sælger virksomheden maskinen.

c) Er maskinens værdi efter 10 år stor nok til at betale restgælden på lånet umiddelbart efter, at den 10. ydelse er betalt?

**Af opgaverne 8A og 8B**
**må kun den ene afleveres til bedømmelse.**
**Hvis begge opgaver afleveres,**
**bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.**

## Opgave 8A

Om en funktion $f$ oplyses, at

$f(2)=10$ og $F(2)=14$

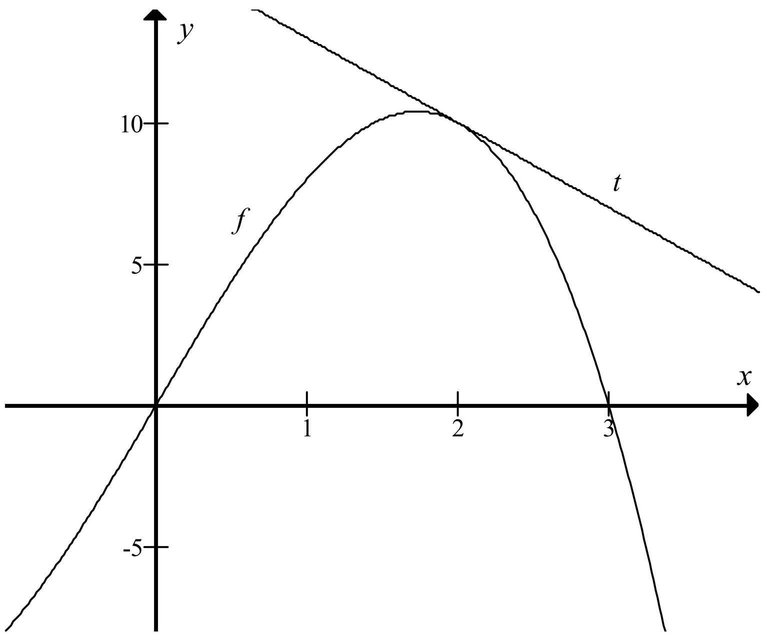
$f'(2)=-3$ og $F(3)=20{,}25$

hvor $F$ er en stamfunktion til $f$.

Grafen for funktionen $f$ er vist i figuren herunder. Desuden er tangenten $t$ til grafen for $f$ i $x=2$ indtegnet.

a) Bestem en ligning for tangenten $t$.

b) Bestem $\int_2^3 f(x)\,dx$.



## Opgave 8B

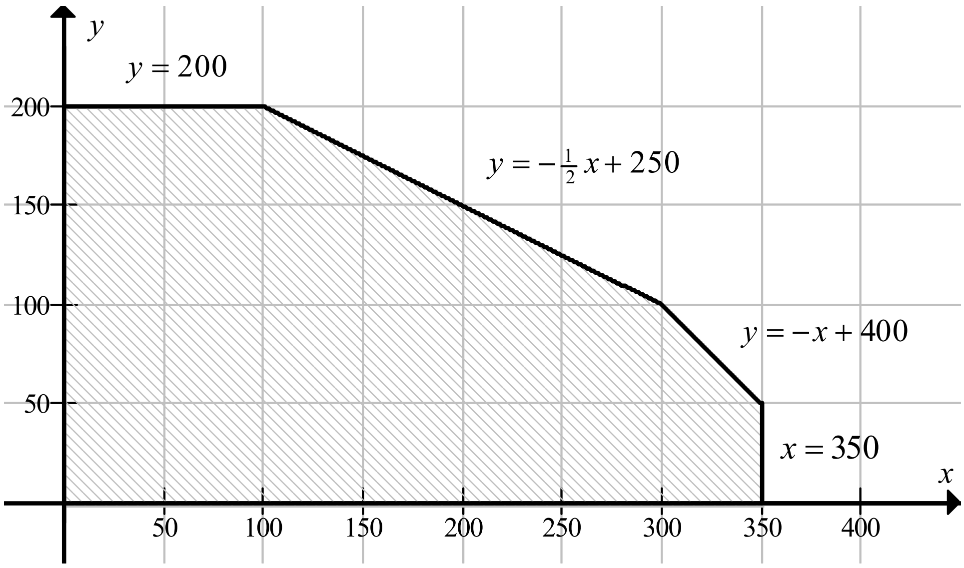
Et firma producerer og sælger to varer A og B.

Lad $x$ angive antal stk. af vare A og lad $y$ angive antal stk. af vare B.

Produktionen pr. uge er underlagt følgende begrænsninger:

$$0 \le x \le 350$$
$$0 \le y \le 200$$
$$y \le -\tfrac{1}{2}x + 250$$
$$y \le -x + 400$$

Disse begrænsninger definerer et polygonområde, der er vist som det skraverede område på figuren herunder. Dette område er gengivet i bilag 2.




Prisen på vare A er 90 kr. pr. stk. og prisen på vare B er 120 kr. pr. stk.

Funktionen $f(x,y) = 90x + 120y$ angiver den samlede omsætning pr. uge.

a) Bestem det antal stk. af vare A og det antal stk. af vare B, der skal produceres og sælges pr. uge for at opnå den størst mulige samlede omsætning.

b) Hvor meget kan prisen på vare B stige, uden at firmaet skal ændre på produktionen bestemt i spørgsmål a)?

Undervisningsministeriet

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

**Bilag 1 til opgave 6** **(delprøven med hjælpemidler).**

| **Skole:** | **Hold:** |
|---|---|
| **Eksamensnr.** | **Navn:** |

$\sqrt{2x+10}\cdot\ln(x)=0 \qquad x>0$ Ligningen løses for $x>0$, da $\ln(x)$ kun er defineret for positive værdier.

$\sqrt{2x+10}=0 \quad \vee \quad \ln(x)=0$ ______________________________

$2x+10=0 \quad \vee \quad x=1$ ______________________________

$x=-5 \quad \vee \quad x=1$ ______________________________

$L=\{1\}$ ______________________________

**Bilag 2 til opgave 8B (delprøven med hjælpemidler).**

| Skole: | Hold: |
|---|---|
| Eksamensnr. | Navn: |