UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

1. Delprøve, uden hjælpemidler
kl. 9.00-10.00

Mandag den 16. august 2010
kl. 9.00 - 14.00

hhx102-MAT/A-16082010

Matematik A
Prøven uden hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 5 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Prøvens varighed er 1 time.

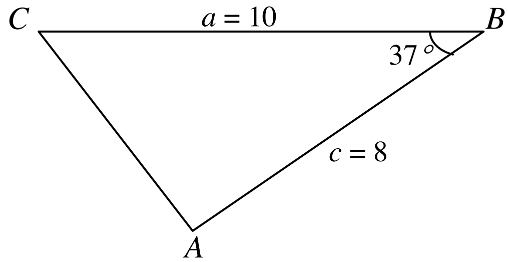
Hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, må ikke benyttes.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Opgave 1



Om en trekant ABC oplyses det, at $\angle B = 37°$, $a = 10$ og $c = 8$

Det oplyses endvidere, at $\sin(37°) = 0{,}6$

a) Bestem arealet af trekant ABC.

Opgave 2

Funktionen F er en stamfunktion til funktionen $f(x) = 3x^2 + 2x$. Det oplyses, at $F(1) = 8$.

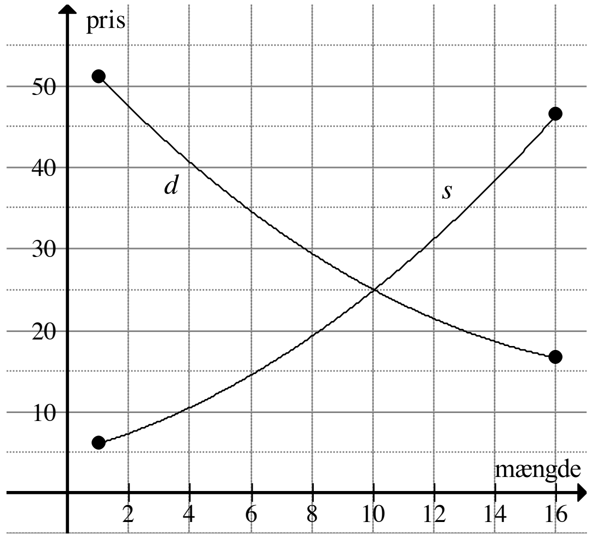
a) Bestem forskriften for F.

Opgave 3

For en vare kan sammenhængen mellem efterspørgslen x og prisen $d(x)$ beskrives ved funktionen

$$d(x) = 0{,}1x^2 - 4x + 55 \qquad 1 \le x \le 16$$

hvor x angiver efterspurgt mængde.



For samme vare beskrives sammenhængen mellem udbuddet x og prisen $s(x)$ ved funktionen

$$s(x) = 0{,}1x^2 + x + 5 \qquad 1 \le x \le 16$$

hvor x angiver udbudt mængde.

Ligevægtsmængden er den mængde, x hvor udbud og efterspørgsel er lige store.

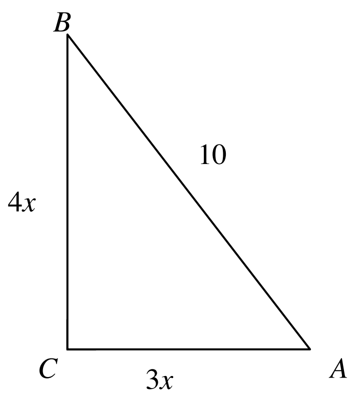
a) Bestem ligevægtsmængden for varen.

Opgave 4

En nyansat medarbejder aflønnes med 189 kr. i timen. I medarbejderens kontrakt står, at timelønnen skal stige med 2% om året. Lad $f(x)$ angive timelønnen i kr. efter x års ansættelse.

a) Bestem forskriften for funktionen f.

Opgave 5



Om den retvinklede trekant ABC oplyses, at

den ene katete er $3x$

den anden katete er $4x$

hypotenusen er 10

a) Bestem x.

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Undervisningsministeriet

UNDERVISNINGS MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

2. Delprøve
kl. 9.00-14.00

Mandag den 16. august 2010
kl. 9.00 - 14.00

hhx102-MAT/A-16082010

Matematik A
Prøven med hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 8 opgaver, hvor hvert delspørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning.

Prøvens varighed er 5 timer.

Af opgaverne 8A og 8B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration. Hvor hjælpemidler, herunder IT-værktøjer, er benyttet, skal mellemregninger erstattes af forklarende tekst.

Opgave 1

Nedenstående tabel viser antallet af virksomhedskonkurser i Danmark i 2009 fordelt efter virksomhedernes alder.

Virksomhedens alder i år	Antal
]0 ;5]	956
]5 ; 10]	2 539
]10 ; 15]	1 235
]15 ; 20]	989
Antal virksomheder i alt	5 719

a) Tegn et diagram, der viser aldersfordelingen af virksomhedskonkurser i 2009.

Aldersfordelingen af virksomhedskonkurser kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typeinterval
median
kvartilsæt
gennemsnit
varians
standardafvigelse

b) Beskriv aldersfordelingen af virksomhedskonkurser ved hjælp af 2 statistiske deskriptorer.

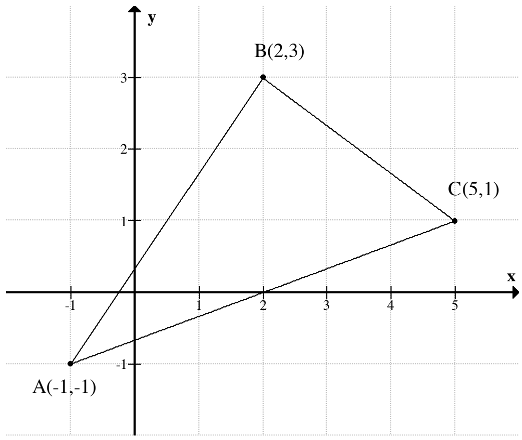
Opgave 2

Punkterne $A(-1,-1)$, $B(2,3)$ og $C(5,1)$ udgør vinkelspidserne i trekant ABC.

a) Bestem koordinaterne til $\overrightarrow{AC}$ og bestem $|\overrightarrow{AC}|$.

Det oplyses, at $|AB| = 5$ og $|BC| = \sqrt{13}$.

b) Bestem én af vinklerne i trekant ABC.



Opgave 3

Peter påbegyndte et studium 1. september 2004 og optog derfor et SU-lån. Peter fik udbetalt 2755 kr. om måneden i perioden 1. september 2004 til og med 1. juni 2010 (i alt 70 gange). Renten på SU-lånet var 0,30% pr. måned i hele perioden.

a) Gør rede for, at Peter skyldte 214238,25 kr. den 1. juni 2010.

Den 1. juni 2010 blev Peter færdig med sit studium. Renten er herefter 0,15% pr. måned. SU-styrelsen tillader, at Peter først påbegynder tilbagebetalingen af lånet den 1. januar 2012.

b) Gør rede for, at SU-lånet vil være vokset til 220097,03 kr. den 1. december 2011 (efter 18 måneder).

Peter ønsker at påbegynde tilbagebetalingen af SU-lånet den 1. januar 2012 og skal betale en fast månedlig ydelse de efterfølgende 12 år. Renten forventes i hele perioden at være 0,15% pr. måned.

c) Bestem den faste månedlige ydelse.

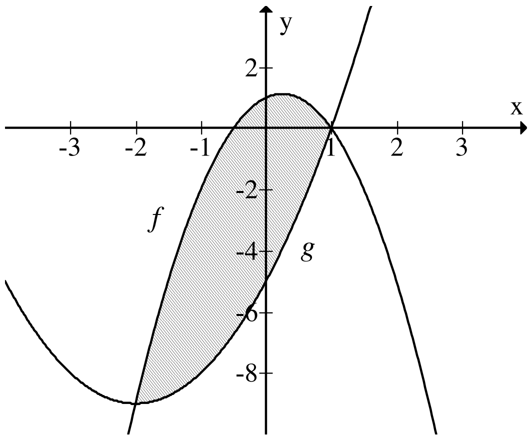
Opgave 4

Funktionerne f og g er givet ved forskrifterne

$$f(x) = -2x^2 + x + 1$$

$$g(x) = x^2 + 4x - 5$$

Graferne for f og g er vist på figuren til højre.



a) Bestem skæringspunkterne mellem graferne for f og g.

b) Bestem arealet af det skraverede område, der afgrænses af graferne for f og g.

Opgave 5

Differentialkvotienten for en funktion f er givet ved

$$f'(x) = (x^2 - 10x) \cdot \ln(x) \qquad x > 0$$

For at bestemme monotoniforholdene for f udregnes først eventuelle nulpunkter for f'.
Nulpunkterne for f' er bestemt nedenfor.

a) Forklaring til nedenstående linjer skal gives i bilag 1.

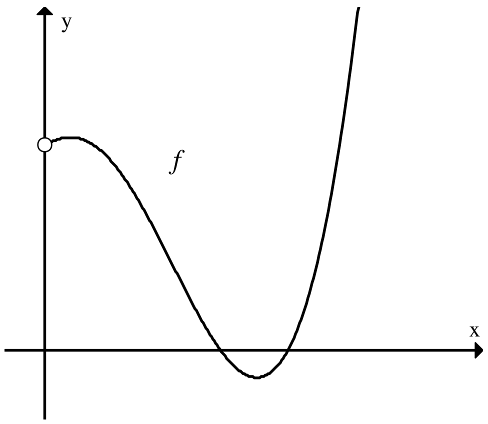
$(x^2 - 10x) \cdot \ln(x) = 0 \qquad x > 0$ ______________________________

$x^2 - 10x = 0 \;\vee\; \ln(x) = 0$ ______________________________

$x = 0 \;\vee\; x = 10 \;\vee\; x = 1$ ______________________________

$L = \{1, 10\}$ ______________________________

Grafen for funktionen f er vist nedenfor.



b) Bestem monotoniforholdene for funktionen f.

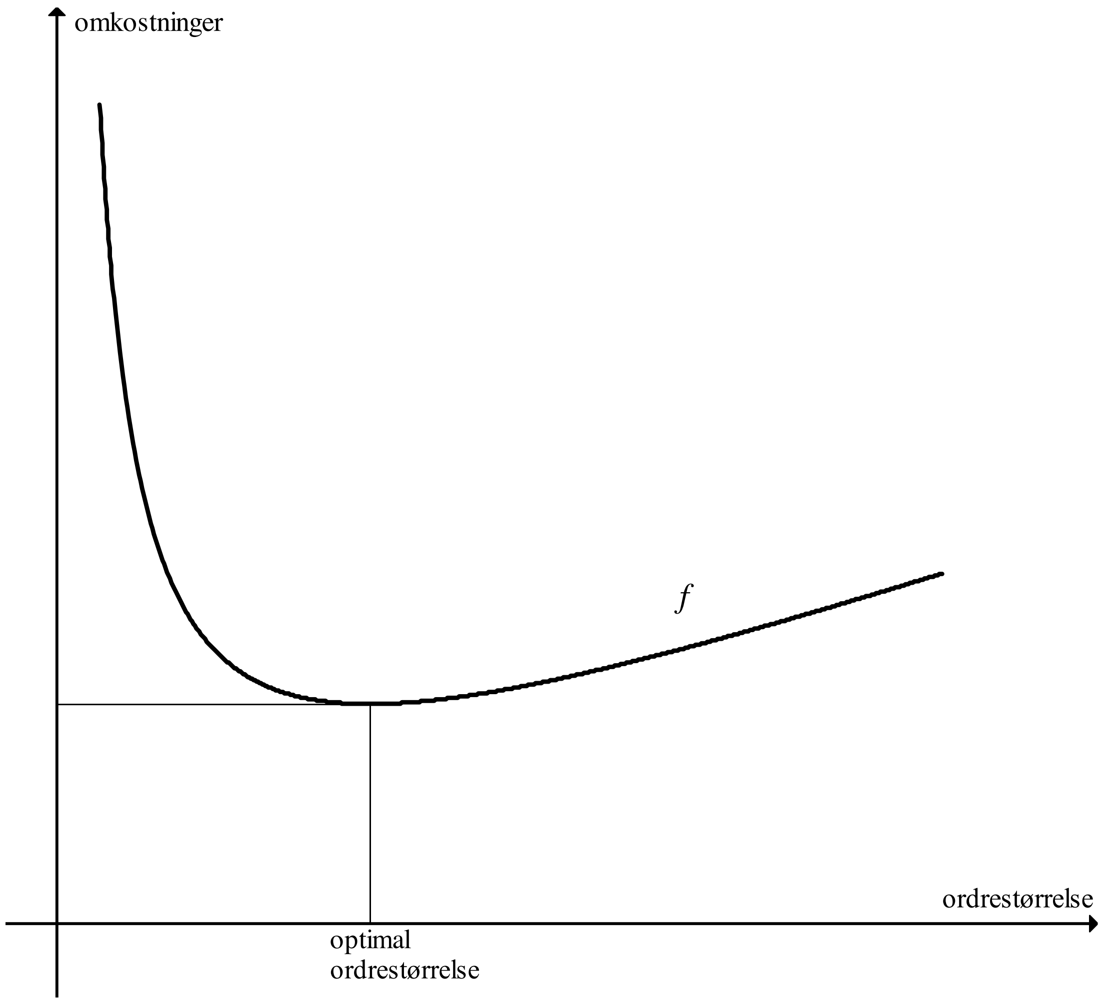
Opgave 6

Omkostningerne i forbindelse med lagerstyring i en given engrosvirksomhed kan beskrives ved følgende omkostningsfunktion

$$f(x) = 0{,}5 \cdot R \cdot P \cdot x + \frac{F \cdot O}{x} \qquad x > 0$$

hvor *x* er ordrestørrelsen og *R*, *P*, *F* og *O* er konstanter.

For at minimere omkostningerne skal man bestemme den optimale ordrestørrelse, *x*. Denne er markeret på figuren herunder.



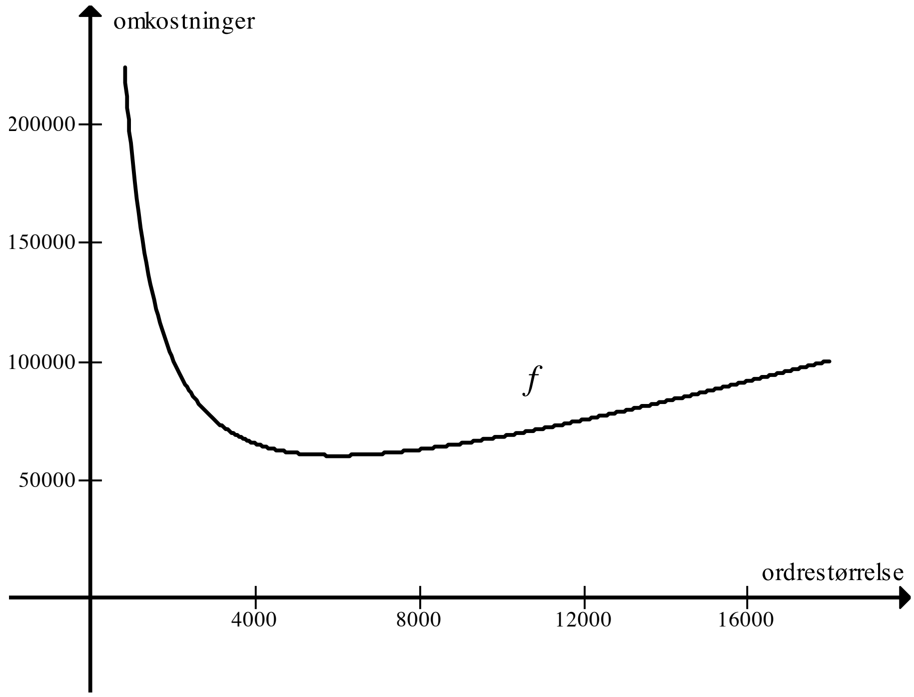
For virksomheden *STORAGE* er konstanterne i funktionen $f(x)$ givet ved værdierne

$R = 0{,}20 \qquad P = 50 \qquad F = 36\,000 \qquad O = 5\,000$

a) Gør rede for, at omkostningerne for *STORAGE* kan beskrives ved

$$f(x) = 5x + \frac{180000000}{x} \qquad x > 0$$

og bestem omkostningerne, hvis ordrestørrelsen er $x = 4000$.



Wilsons formel, der er kendt fra teorien om lagerstyring, siger at den ordrestørrelse, der giver de mindst mulige omkostninger, er

$$x = \sqrt{\frac{2 \cdot F \cdot O}{R \cdot P}}$$

b) Bestem denne værdi for *STORAGE* og gør rede for, at denne værdi er minimum for funktionen f, når det oplyses, at

$$f'(x) = 5 - \frac{180000000}{x^2} \qquad x > 0$$

Opgave 7

Virksomheden SundPlante sælger bl.a. 2 typer pottemuld til planteskoler, ALM og ØKO. Afsætningen af begge typer måles i enheden hl (hektoliter).

Prisen pr. hl ALM er givet ved funktionen p med forskriften

$$p(x) = -x + 300 \qquad\qquad 0 \le x \le 200$$

hvor x angiver afsætningen af ALM pr. uge.

Prisen pr. hl ØKO er givet ved funktionen q med forskriften

$$q(y) = -4y + 800 \qquad\qquad 0 \le y \le 150$$

hvor y angiver afsætningen af ØKO pr. uge.

Omsætningen for hver type pottemuld kan bestemmes som afsætningen gange prisen pr. hl.

a) Gør rede for, at den samlede omsætning pr. uge kan beskrives ved funktionen

$$O(x, y) = -x^2 + 300x - 4y^2 + 800y$$

Niveaukurven $N(t)$ er defineret ved $O(x, y) = t$.

b) Gør rede for, at niveaukurven $N(60900)$ er en ellipse med centrum i (150, 100) og halvakserne 40 og 20.

c) Bestem den afsætning af ALM pr. uge og den afsætning af ØKO pr. uge, der giver SundPlante den største samlede omsætning pr. uge.

**Af opgaverne 8A og 8B
må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis begge opgaver afleveres,
bedømmes kun besvarelsen af opgave 8A.**

Opgave 8A

To vektorer er givet ved $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ og $\vec{b} = \begin{pmatrix} t \\ 2 \end{pmatrix}$

a) Bestem vinklen mellem $\vec{a}$ og $\vec{b}$ når $t = 4$.

b) Bestem de værdier af t, for hvilke $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

Opgave 8B

En lineær funktion i to variable er givet ved

$$f(x, y) = 2x + 3y$$

For de to variable gælder betingelserne

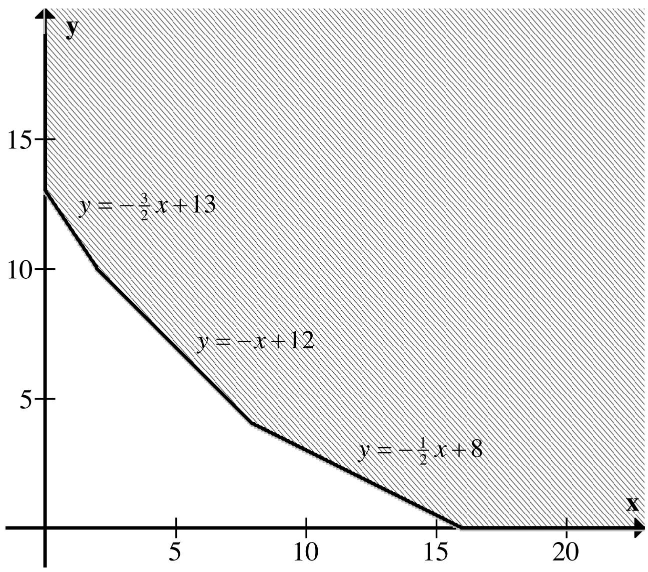
$$y \geq -\tfrac{1}{2}x + 8$$

$$y \geq -\tfrac{3}{2}x + 13$$

$$y \geq -x + 12$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$



Disse betingelser definerer et polygonområde, der er vist som det skraverede område på figuren.

Dette område er også vist på bilag 2.

a) Bestem det punkt indenfor polygonområdet, hvor f antager sin mindsteværdi.

b) Bestem det interval, hvor koefficienten til x i forskriften for f kan variere, når punktet fundet i spørgsmål a) fastholdes som minimumspunkt for f.

Undervisningsministeriet

Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Bilag 1 til opgave 5 **(med hjælpemidler)** **– skal afleveres.**

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**

$(x^2 - 10x) \cdot \ln(x) = 0 \qquad x > 0$ ______________________________________

$x^2 - 10x = 0 \;\vee\; \ln(x) = 0$ ______________________________________

$x = 0 \;\vee\; x = 10 \;\vee\; x = 1$ ______________________________________

$L = \{1, 10\}$ ______________________________________

Bilag 2 til opgave 8B (med hjælpemidler)

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**