UNDERVISNINGS
MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

Skriftlig prøve
(5 timer)

Delprøven uden hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 5 opgaver, der indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning

Mandag den 21. december 2009
kl. 9.00 - 10.00

HHX093-MAA

Matematik A
Prøven uden hjælpemidler

Prøvens varighed er 1 time.

Hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, må ikke benyttes.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration.

Opgave 1

Vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \text{ og } \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

a) Bestem længden af vektoren $\vec{a} + \vec{b}$.

Opgave 2

For en vare A er sammenhængen mellem pris og efterspørgsel bestemt ved funktionen

$$d(x) = \tfrac{1}{4}x^2 - 5x + 24 \qquad 0 \leq x \leq 5$$

hvor x angiver efterspurgt mængde, og $d(x)$ angiver den tilsvarende pris.

Sammenhængen mellem udbud og pris for samme vare A er bestemt ved funktionen

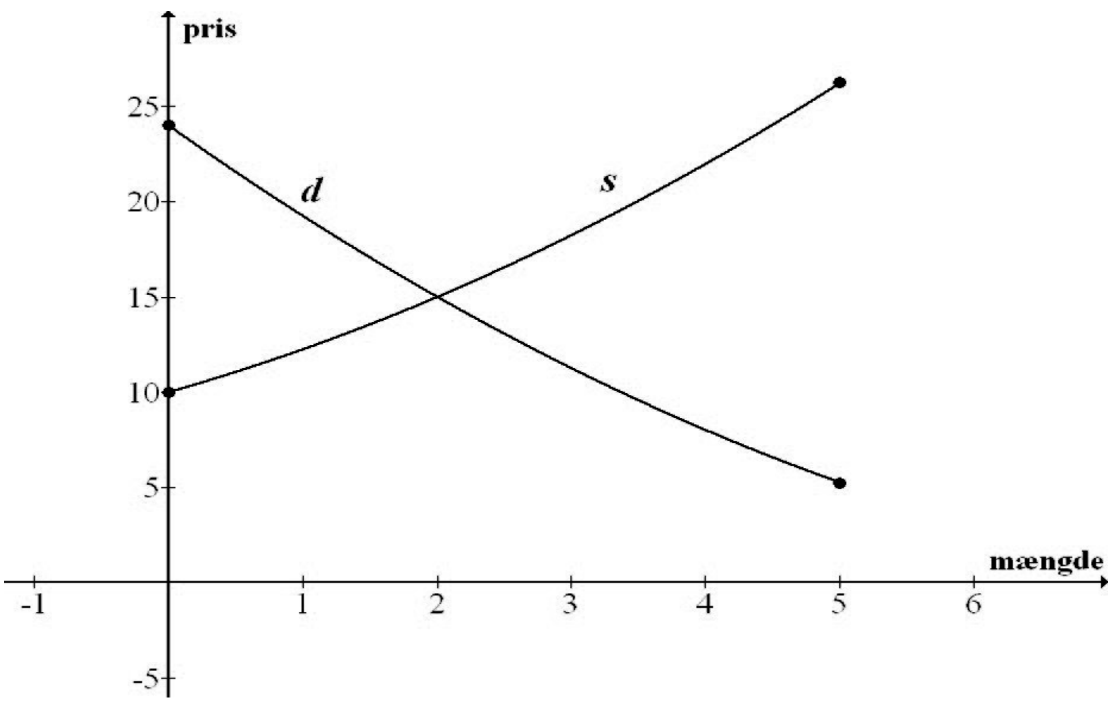
$$s(x) = \tfrac{1}{4}x^2 + 2x + 10 \qquad 0 \leq x \leq 5$$

hvor x angiver udbudt mængde, og $s(x)$ angiver den tilsvarende pris.

Graferne for de to funktioner er vist på figuren herunder.

Ligevægtsprisen er defineret ved den pris, hvor udbud og efterspørgsel er lige store.

a) Bestem ligevægtsprisen for vare A.



Opgave 3

En funktion f har forskriften

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$$

a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $(0, f(0))$.

Opgave 4

En funktion f er givet ved

$$f(x) = \sqrt{2x - 4}$$

a) Bestem definitionsmængden for f.

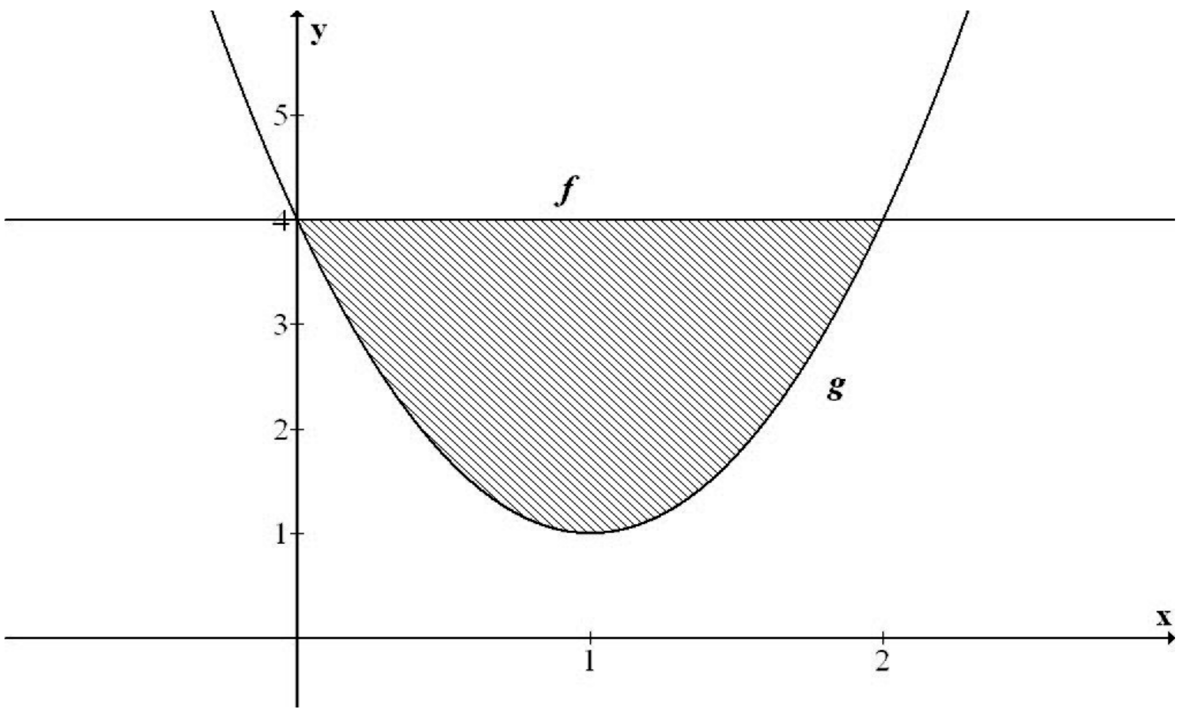
Opgave 5

Funktionerne f og g er givet ved

$$f(x) = 4$$
$$g(x) = 3x^2 - 6x + 4$$

Graferne for de to funktioner skærer hinanden for $x = 0$ og $x = 2$.

a) Bestem arealet af det skraverede område, der i første kvadrant afgrænses af graferne for f og g.



Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

UNDERVISNINGS
MINISTERIET

Matematik A

Højere handelseksamen

Skriftlig prøve
(5 timer)

Delprøven med hjælpemidler

Dette opgavesæt består af 9 opgaver, hvor hvert delspørgsmål indgår i bedømmelsen af den samlede opgavebesvarelse med lige stor vægtning

HHX093-MAA

Mandag den 21. december 2009
kl. 9.00 - 14.00

Matematik A
Prøven med hjælpemidler

Prøvens varighed er 5 timer.

Af opgaverne 9A og 9B må kun den ene afleveres til bedømmelse. Hvis begge opgaver afleveres, bedømmes kun besvarelsen af opgave 9A.

I prøvens første time må hjælpemidler, bortset fra skrive- og tegneredskaber, ikke benyttes.
I prøvens sidste 4 timer er alle hjælpemidler tilladt.

Opgavebesvarelsen skal afleveres renskrevet med tydelig skrift.

I bedømmelsen lægges der vægt på, at eksaminandens tankegang klart fremgår.

Besvarelsen skal dokumenteres ved hjælp af beregninger, uddybende tekst samt brug af figurer og grafer med en tydelig sammenhæng mellem tekst og illustration. Hvor hjælpemidler, herunder IT-værktøjer, er benyttet, skal mellemregninger erstattes af forklarende tekst.

Opgave 1

Vektorerne $\vec{a}$ *og* $\vec{b}$ er givet ved

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad og \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -t^2 - t \\ 4 \end{pmatrix}$$

a) Gør rede for, at vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale når $t = 1$.

b) Gør rede for, at vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ ikke er parallelle for nogen værdier af t.

Parallelogrammet udspændt af vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ har arealet 8 for to værdier af t.

c) Bestem disse værdier af t.

Opgave 2

En El-butikskæde har 20 filialer. De 20 filialers salg af støvsugere i en bestemt uge er vist herunder.

0	3	4	0	3
4	2	1	4	3
2	1	2	4	3
3	2	1	2	2

a) Tegn et diagram, der viser fordelingen af solgte støvsugere pr. uge.

Fordelingen kan beskrives ved forskellige statistiske deskriptorer, som f.eks.

typetal
median
kvartilsæt
gennemsnit
varians
standardafvigelse

b) Beskriv fordelingen af støvsugere pr. uge ved hjælp af 3 statistiske deskriptorer.

Opgave 3

Carstens mormor indbetalte 18.000 kr. den 1. januar 2006, 10.000 kr. den 1. april 2007 samt 12.000 kr. den 1. juli 2009 på en uddannelsesopsparing til Carsten. Renten var 1 % pr. kvartal.

Dato	**Beløb**
1. januar 2006	18.000 kr.
1. april 2007	10.000 kr.
1. juli 2009	12.000 kr.

a) Vis, at saldoen umiddelbart efter indbetalingen 1. juli 2009 var 43.627,39 kr.

Carsten startede sin uddannelse 1. august 2009 og får udbetalt opsparingen som et fast månedligt beløb i de fem år, studiet tager. Den 1. august 2009 fik Carsten sit første månedlige beløb. Renten i hele perioden 0,1 % pr. måned.

b) Hvor stort et beløb får Carsten udbetalt hver måned?

Opgave 4

Funktionen f har forskriften

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x, \qquad x \in \mathrm{R}$$

Funktionen kan beskrives ved følgende analysepunkter:

nulpunkter
fortegnsvariation
monotoniforhold
ekstrema
konveks/konkav krumning

a) Beskriv funktionen f ved hjælp af 2 af ovenstående analysepunkter.

Opgave 5

Omsætningen i en virksomhed var 942.000 kr. i år 2000. Omsætningen er siden faldet med 2,4 % om året.

a) Bestem forskriften for den funktion f, der angiver omsætningen x år efter år 2000.

b) I hvilket år forventes omsætningen at komme under 700.000 kr.

Opgave 6

Nedenfor ses løsningen til ligningen: $\sqrt{x+2} = x-4$

a) Forklaring til løsning af ligningen skal gives for hver af nedenviste linjer. Benyt bilag 1.

$\sqrt{x+2} = x-4\,,\quad x \in [-2\,;\infty[$ ____

$x+2 = (x-4)^2$ ____

$x+2 = x^2 + 16 - 8x$ ____

$x^2 - 9x + 14 = 0$ ____

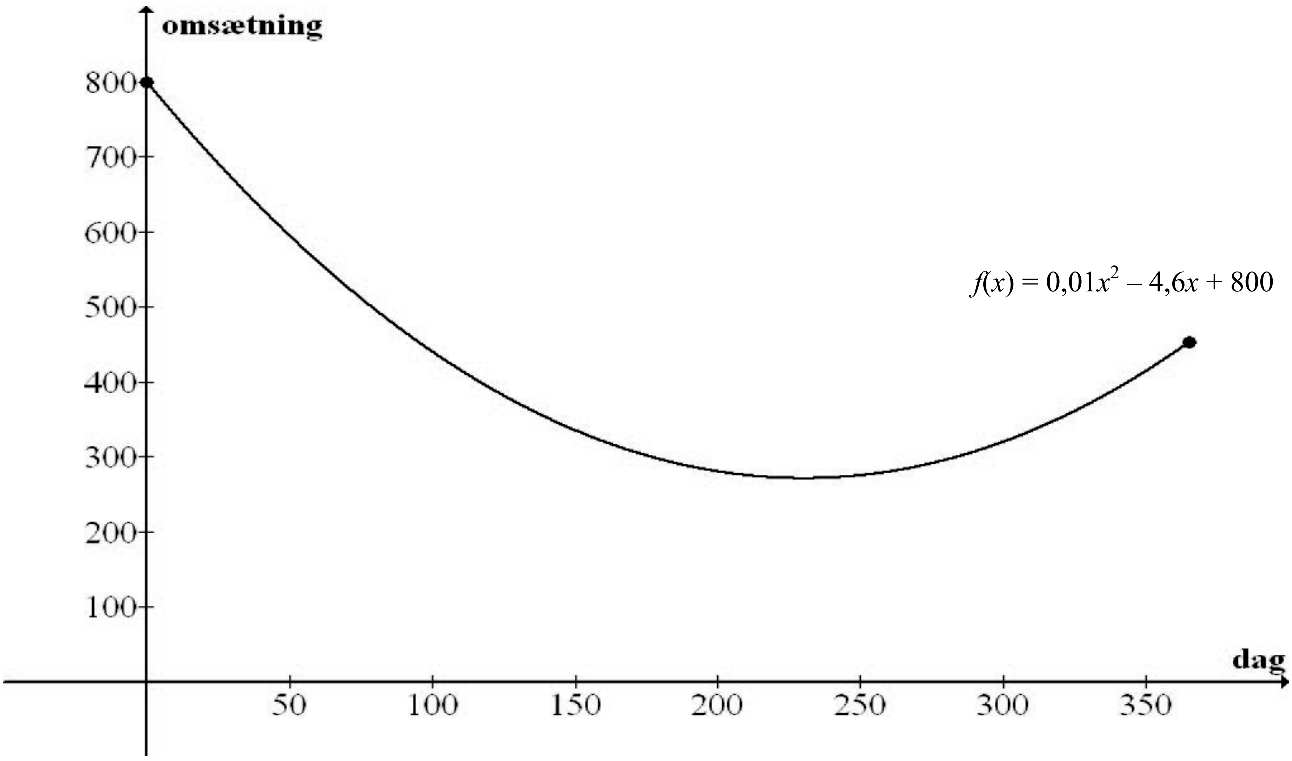
$L = \{7\}$ ____

Opgave 7

Den daglige omsætning (i 1000 kr.) i virksomheden CITSAM, forventes i år 2010 at udvikle sig efter følgende funktion

$$f(x) = 0{,}01x^2 - 4{,}6x + 800, \qquad x \in [0;365]$$

hvor x er tiden i dage, og $f(x)$ er omsætningen i 1000 kr. på den x'te dag.



Den samlede omsætning efter n dage kan således bestemmes som

$$\text{Samlede omsætning} = \int_0^n f(x)dx$$

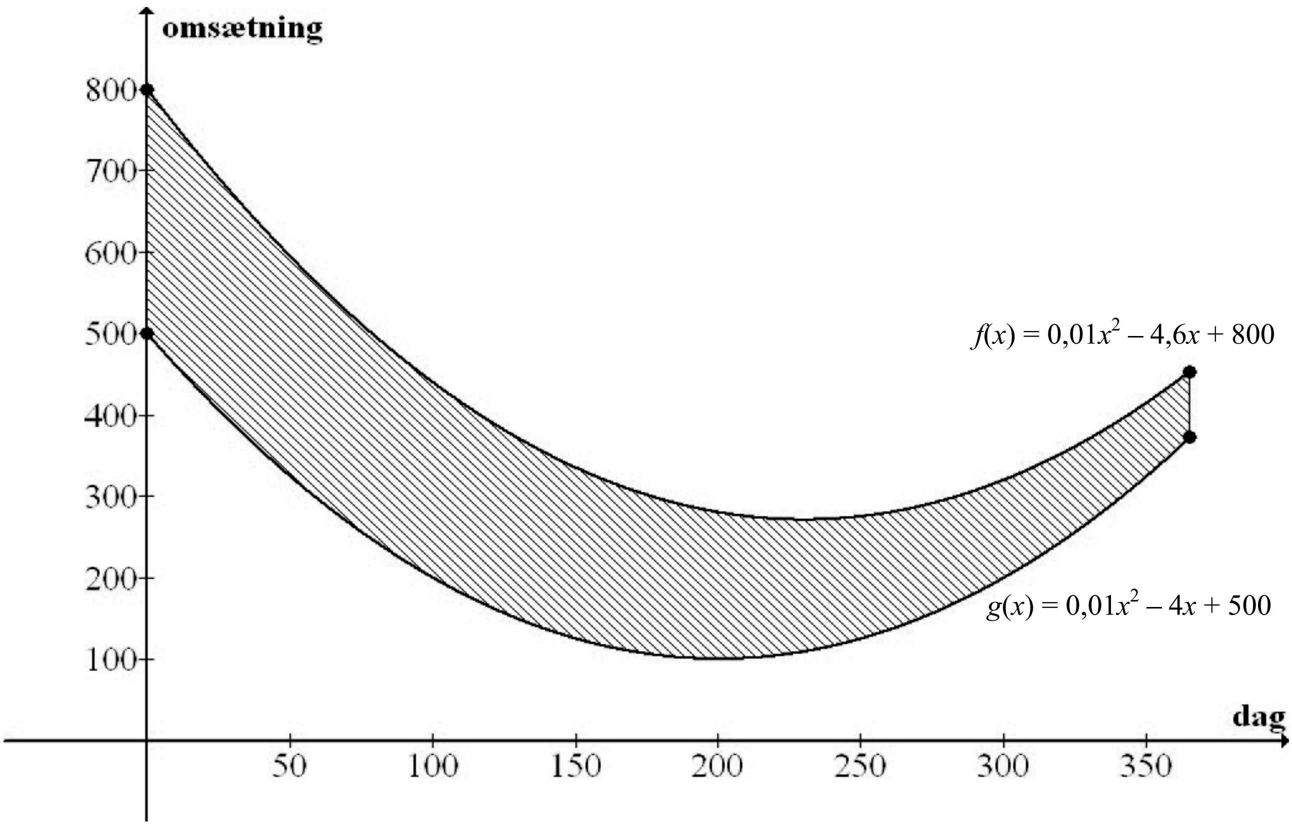
a) Bestem den samlede omsætning, som virksomheden vil få i år 2010 (efter 365 dage) ifølge prognosen.

En tilsvarende prognose er lavet for virksomhedens udgift i år 2010. Udgiften forventes at følge funktionen

$$g(x) = 0{,}01x^2 - 4x + 500, \quad x \in [0;365]$$

hvor x er tiden i dage, og $g(x)$ er virksomhedens udgift i 1000 kr. på den x 'te dag.

Virksomhedens samlede overskud efter n dage kan bestemmes som arealet mellem graferne for funktionerne f og g.



b) Bestem det samlede overskud i år 2010 (efter 365 dage) ifølge prognosen.

Opgave 8

En virksomhed producerer bl.a. to forskellige tæpper P1 og P2.

For tæppe P1 er stykprisen givet ved

$$p(x) = -2x + 500$$

hvor x angiver afsætningen pr. uge af P1 tæpper.

For tæppe P2 er stykprisen givet ved

$$q(y) = -0{,}5y + 400$$

hvor y angiver afsætningen pr. uge af P2 tæpper.

Kapacitetsområdet er bestemt ud fra, at produktionen skal opfylde følgende betingelser:

$$x + y \leq 400$$
$$0 \leq x \leq 200$$
$$0 \leq y \leq 350$$

Omsætningen for et tæppe er prisen for tæppet ganget med afsætningen af tæppet.

a) Gør rede for, at den samlede omsætning kan beskrives ved funktionen

$$f(x, y) = -2x^2 + 500x - 0{,}5y^2 + 400y$$

En niveaukurve $N(t)$ er defineret ved $f(x, y) = t$.

b) Gør rede for, at niveaukurven $N(31250)$ er en ellipse og tegn denne samt kapacitetsområdet i et koordinatsystem.

c) Bestem det antal tæpper P1 og det antal tæpper P2, virksomheden skal afsætte pr. uge for at få den størst mulige samlede omsætning.

Af opgaverne 9A og 9B
må kun den ene afleveres til bedømmelse.
Hvis begge opgaver afleveres,
bedømmes kun besvarelsen af opgave 9A.

Opgave 9A

En bager producerer to slags tærter, der kaldes henholdsvis T1 og T2. Begge tærter indeholder æbler, og de skal bages i samme ovn. Bageren har kun et begrænset antal æbler til rådighed om dagen, og ovnen kan kun bruges et bestemt antal minutter om dagen.

Hvis antallet af T1 tærter betegnes x, og antallet af T2 tærter betegnes y, skal den daglige produktion opfylde følgende to begrænsninger:

$$2x + 4y \leq 120$$

$$10x + 5y \leq 240$$

Begrænsningerne for produktionen er tegnet som et skraveret polygonområde i bilag 2.

Prisen for tærterne er 25 kr. pr. stk. for begge slags. Bagerens samlede omsætning ved salg af de to slags tærter kan derfor beskrives ved funktionen f med forskriften

$$f(x, y) = 25x + 25y$$

a) Bestem det antal tærter T1 og det antal tærter T2, som skal produceres om dagen for at få den størst mulige samlede omsætning.

b) Hvor meget kan prisen på tærte T1 stige, uden at bageren skal ændre på den daglige produktion fundet i spørgsmål a).

Opgave 9B

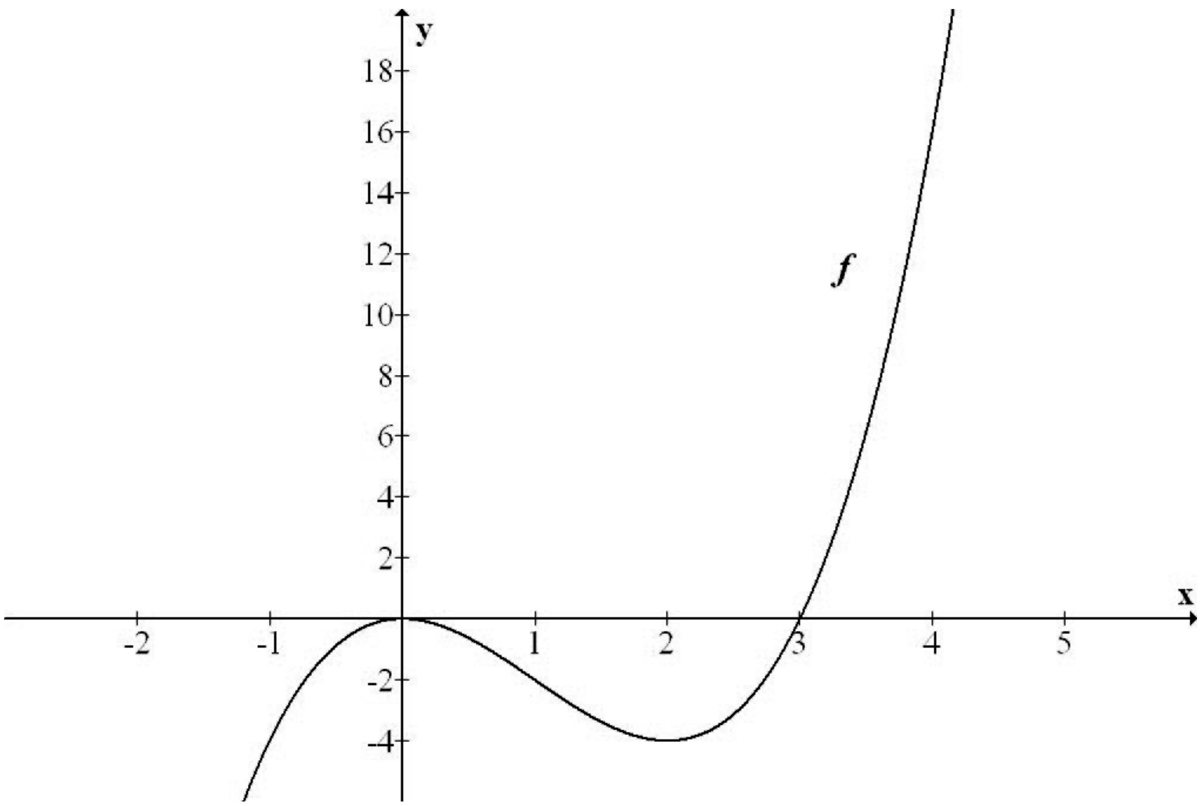
Om en funktion f oplyses, at

$$f(1) = -2 \qquad \text{og} \qquad f'(1) = -3$$
$$F(1) = -0{,}25 \qquad \text{og} \qquad F(4) = 0{,}5$$

hvor F er en stamfunktion til f.

a) Bestem integralet $\int_1^4 f(x)dx$.

b) Bestem ligningen for tangenten til grafen for f i $x = 1$.



Opgaven er produceret med anvendelse af kvalitetsstyringssystemet ISO 9001 og miljøledelsessystemet ISO 14001

Undervisningsministeriet

Bilag 1 til opgave 6 (med hjælpemidler) – skal afleveres.

Skole:	**Hold:**
Eksamensnr.	**Navn:**

$\sqrt{x+2} = x-4$, $x \in$ [-2 ; ∞[________________________________

$x+2=(x-4)^2$ ________________________________

$x+2=x^2+16-8x$ ________________________________

$x^2-9x+14=0$ ________________________________

$L=\{7\}$ ________________________________

Bilag 2 til opgave 9A (med hjælpemidler) – skal afleveres.

Skole:	Hold:
Eksamensnr.	Navn: